

DICHIARAZIONE SOSTITUTIVA DI CERTIFICAZIONE
AI SENSI DELL'ART. 46, D.P.R. 445/2000

DICHIARAZIONE SOSTITUTIVA DELL'ATTO DI NOTORIETA'
AI SENSI DEGLI ARTT. 19 E 47, D.P.R. 445/2000

Il sottoscritto GIAN MARCO CHIESI codice fiscale CHSGMR76C17G337O nato a PARMA prov.PR il
17-03-1976 sesso MASCHILE residente in FRAZIONE CASTELLINA SAN PIETRO, N. 72, C.A.P.
43019 città SORAGNA prov. PR telefono 0524-596059

consapevole delle sanzioni penali richiamate dall'art. 76 del d.p.r. 28 dicembre 2000, n. 445, per le ipotesi
di falsità in atti e dichiarazioni mendaci

DICHIARA

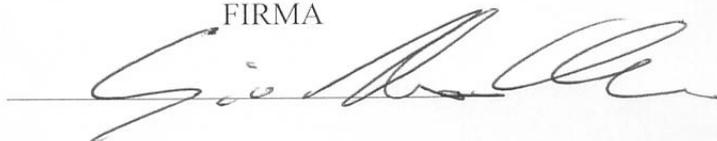
che copia della pubblicazione "I principali lineamenti della teoria del mercato dei capitali", (autori Gian
Marco Chiesi, Vincenzo Capizzi ed Elisa Bocchialini), composta di n. 86 pagine e pubblicata in *Scelta e
gestione degli Investimenti Finanziari* a cura di Gino Gandolfi, Milano, Bancaria Editrice, 2009, da pag.
23 a pag. 108, allegata alla presente, è conforme all'originale.

DICHIARA INOLTRE:

che nella pubblicazione "I principali lineamenti della teoria del mercato dei capitali", (autori Gian Marco
Chiesi, Vincenzo Capizzi ed Elisa Bocchialini) composta di n. 86 pagine e pubblicata in *Scelta e gestione
degli Investimenti Finanziari* a cura di Gino Gandolfi, Milano, Bancaria Editrice, 2009, da pag. 23 a pag.
108, sono da attribuire a Gian Marco Chiesi i paragrafi 1.10 e 1.11 (con i relativi sotto-paragrafi), sono da
attribuire a Elisa Bocchialini i paragrafi 1.1 e 1.2 (con i relativi sotto-paragrafi) e sono da attribuire a
Vincenzo Capizzi i paragrafi 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8 e 1.9 (con i relativi sotto-paragrafi).

Soragna, 15-11-2012

FIRMA



Allega fotocopia documento di riconoscimento
(I documenti di identità ammessi sono la carta d'identità, il passaporto, la patente di guida, la tessera
postale e il porto d'armi)

Cognome **CHIESI**
 Nome **GIAN MARCO**
 nato il **17/03/1976**
 (alto n. **550** p. **I S A**)
 a **PARMA (PR)**
 Cittadinanza **ITALIANA**
 Residenza **SORAGNA (PR)**
 Via **FRAZ. CASTELLINA S. PIETRO N. 72**
 Stato civile
 Professione **RICERCATORE SCIENTIFICO**
 CONNOTATI E CONTRASSEGNI SALIENTI
1.82
 Statura **CASTANO CHIARO**
 Capelli **AZZURRI**
 Occhi
 Segni particolari



Firma del titolare *[Signature]*
SORAGNA li **21/05/2012**

COMUNE DI
SORAGNA

CARTA DI IDENTITÀ
EURO 5,16

DIRITTI DI SEGRETERIA
EURO 0,26

SINDACO
 per ordine del Sindaco
 Il Funzionario incaricato
[Signature]
Spotti Emanuela



Scade il **17/03/2023**



AT 5932651

IPZS SPA - OFFICINA CV - ROMA

REPUBBLICA ITALIANA



COMUNE DI
SORAGNA

CARTA D'IDENTITÀ

N° AT 5932651

DI

**CHIESI
 GIAN MARCO**

96

Scelta e gestione degli investimenti finanziari

La consapevolezza delle scelte in campo finanziario è un fattore sempre più decisivo in un momento in cui la crisi scatenata dalla vicenda dei mutui subprime ed estesa al sistema finanziario globale ha messo in discussione concetti basilari quali la gestione del rischio e la capacità dei mercati di trovare autonomamente un proprio equilibrio. Tale situazione critica, che ha posto notevoli e difficili sfide agli operatori e ai professionisti del settore, ha disorientato, allo stesso tempo, gli investitori e i risparmiatori meno esperti, anche a causa della recente e crescente complessità degli strumenti e dei servizi finanziari.

Il volume affronta a tutto campo il tema della valutazione e della gestione degli investimenti finanziari passando da un inquadramento generale della teoria del mercato dei capitali alla spiegazione dei comportamenti dei soggetti che operano nei mercati finanziari e della dinamica dei prezzi; dall'analisi tecnica concernente tali mercati al complesso tema delle obbligazioni; dall'esame della struttura dei rendimenti per scadenza (*term structure*) ai principali metodi di valutazione in materia di titoli azionari e alle caratteristiche degli strumenti derivati; dalle tematiche del *personal financial planning* e della *asset allocation* allo stile e alle tecniche di gestione di un portafoglio finanziario, per chiudersi con una approfondita disamina dedicata alla valutazione della performance.

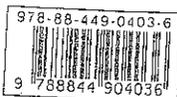
Grazie a una trattazione che affianca riflessione teorica, verifica empirica e taglio pratico-operativo, il volume intende rivolgersi a un vasto pubblico che comprende studiosi e studenti ma anche investitori individuali, bancari, promotori finanziari, *private bankers* e gestori.

• Collana Banca e Mercati •

La Collana è dedicata principalmente a due filoni: la gestione delle istituzioni finanziarie e il funzionamento dei mercati mobiliari.

Di questi temi affronta essenzialmente i contenuti applicativi, senza rinunciare al rigore dell'indagine e del metodo, proponendo contributi di immediata utilità pratica per la professione bancaria e finanziaria.

La Collana è articolata in 5 serie tematiche:



€ 40,00 200004607



STRUMENTI

Scelta e gestione degli investimenti finanziari

• Gino Gandolfi (a cura di) •

BANCA E MERCATI

96

• Gino Gandolfi (a cura di) •

Scelta e gestione degli investimenti finanziari

L'investitore, il consulente, il gestore
di fronte alle decisioni di investimento

Prefazione di R. Masera
Postfazione di A. Albertini

 **BANCARIA
EDITRICE**

1. I principali lineamenti della Teoria del Mercato dei Capitali

Elisa Bocchialini, Vincenzo Capizzi, Gianmarco Chiesi¹

Premessa

Il presente capitolo si pone l'obiettivo di presentare, in chiave prevalentemente metodologica, le basi della moderna Teoria del Mercato dei Capitali.

Per raggiungere il suddetto obiettivo, il capitolo è idealmente articolato in tre principali parti, suddivise in differenti paragrafi.

La prima parte (paragrafi 1.1 e 1.2), dopo una breve introduzione sul concetto di rendimento e rischio dei titoli mobiliari, affronta il tema della diversificazione di Markowitz, alla base della Moderna Teoria di Portafoglio.

Nella seconda parte (paragrafi da 1.3 a 1.9) vengono, dapprima, descritti gli assunti e i concetti chiave caratterizzanti il CAPM e, successivamente, l'attenzione è rivolta alla risoluzione delle problematiche che concretamente si pongono nell'applicazione del CAPM.

La terza e ultima parte (paragrafi 1.10 e 1.11), infine, è dedicata all'*Arbitrage Pricing Theory*, modello alternativo al CAPM per la determinazione del rendimento atteso dei singoli titoli.

1.1 Rendimento e rischio

Le scelte di investimento vengono effettuate considerando due differenti parametri: rendimento e rischio.

Quando un investitore decide di investire in un titolo, lo acquista ponendosi l'obiettivo di ricevere in futuro (a scadenza o comunque nel momento di vendita del titolo) un *cash flow* maggiore rispetto a quello versato al momento dell'acquisto del titolo stesso. In altre parole, l'investitore si pone l'obiettivo di ricevere un rendimento assoluto positivo. Tale rendimento, come mostrato dalla (1), è dato dalla differenza tra prezzo di vendita e prezzo di acquisto del titolo:

¹ Il lavoro è frutto di una collaborazione fra gli autori. In particolare, Elisa Bocchialini ha elaborato i paragrafi 1.1 e 1.2 e relativi sottoparagrafi; Vincenzo Capizzi ha elaborato i paragrafi da 1.3 a 1.9 e relativi sottoparagrafi; Gianmarco Chiesi, infine, ha elaborato i paragrafi 1.10 e 1.11.

(guadagno in conto capitale o *capital gain*), a cui sono sommati eventuali altri pagamenti previsti dal titolo².

$$RA = (P' - P) + D \quad (1)$$

dove:

RA = rendimento assoluto del titolo

P' = prezzo di vendita del titolo

P = prezzo di acquisto del titolo

D = eventuali pagamenti derivanti dal titolo

La scelta tra le varie alternative disponibili sul mercato può essere operata ricorrendo, non solo al rendimento assoluto, ma anche a quello relativo, che consente un confronto a prescindere dall'entità del capitale impiegato. Utilizzando come unico parametro il rendimento, infatti, l'investitore che voglia acquistare un titolo può scegliere tra più alternative in base al rendimento relativo (2), ottenuto ponendo a denominatore della (1) il prezzo di acquisto del titolo.

$$RR = \frac{P' - P + D}{P} \quad (2)$$

In un contesto di certezza, nel quale risultino note tutte le variabili considerate nella (1), a parità di altre condizioni, l'investitore sceglie il titolo in grado di offrire un rendimento maggiore rispetto alle alternative disponibili sul mercato. Tuttavia, il contesto di certezza non è verosimile. Nella realtà osservabile, infatti, gli investitori operano in condizioni di incertezza.

Unica eccezione alla regola può essere rappresentata dagli *zero coupon bond* (*government bond* o titoli di Stato privi di pagamenti periodici), con durata pari all'holding period dell'investitore³. Questi sono in grado, almeno in linea teorica, di concedere all'investitore un rendimento "certo". Da una parte, infatti, la presenza dello Stato quale emittente dei titoli è garanzia di solvibilità, mentre, dall'altra, la "simmetria" tra durata dell'investimento e orizzonte temporale dell'investitore permette di azzerare il rischio correlato. Si noti, in particolare, che il rispetto della simmetria o coincidenza tra durata dell'investimento e holding period dell'investitore è condizione necessaria per la certezza del rendimento. È facile supporre, infatti, che se l'holding period fosse maggiore rispetto alla durata dell'investimento, l'investitore si troverebbe sottoposto a un rischio di reinvestimento (dovrebbe reinvestire le somme acquisite a un tasso futuro non noto) e, quindi, si troverebbe a non avere certezza relativamente al rendimento. Parimenti, se l'holding period fosse inferiore, il soggetto si troverebbe sottoposto a un rischio di volatilità [il titolo potrebbe subire un incremento (decremento) di valore proporzionale all'andamento dei tassi di mercato] e, quindi, nuovamente incerto sul rendimento.

² Per le azioni eventuali pagamenti previsti dal titolo possono essere dividendi o diritti d'opzione; per le obbligazioni, al contrario, cedole periodiche di ammontare certo o incerto.
³ Per approfondimenti sui *government bond* o titoli di Stato si veda, tra gli altri, Ronchini (2006).

Ad esclusione del caso degli *zero coupon bond* summenzionato, sul mercato dei capitali, più verosimilmente, l'investitore è in possesso solo di alcune informazioni relative ai valori mobiliari. Riguardando la (1) è plausibile pensare che egli conosca a priori (nel momento in cui effettua la scelta di investire) solo la variabile prezzo di acquisto, mentre ignori, o comunque non abbia certezza, delle altre variabili (prezzo di vendita e pagamenti periodici).

L'impossibilità di conoscere a priori l'entità di queste variabili, porta a dedurre che gli investitori compiano le loro scelte sulla base del rendimento atteso del titolo.

$$E[R_k] = \sum_{i=1}^n p_i R_i \quad (3)$$

dove:

$E[R_k]$ = rendimento atteso (*expected*) del k-esimo titolo

n = numero di possibili risultati futuri

p_i = probabilità associata a ogni singolo risultato

R_i = singolo risultato possibile

Il rendimento atteso, come mostrato dalla (3), non è altro che il valore medio (o atteso) che è possibile attendersi da un titolo. Esso è dato dalla sommatoria del prodotto dei possibili valori che la variabile causale (rendimento) assume per le corrispondenti probabilità di accadimento.

Il concetto è chiarito dall'esempio 1, proposto di seguito.

Esempio 1 - Rendimento atteso del titolo Alfa

Il titolo Alfa è acquistato oggi a un prezzo di 100. Esso prevede cinque possibili risultati futuri, corrispondenti ad altrettanti scenari possibili.

Scenario	Rendimento	Probabilità	Prezzo	Dividendo
1	40%	10%	120	20
2	20%	30%	110	10
3	10%	25%	105	5
4	-5%	20%	95	0
5	-25%	15%	75	0

Dalla considerazione delle cinque situazioni future deriva che il rendimento atteso del titolo Alfa a un anno è pari al 7,75% ed è calcolato come di seguito mostrato.

$$E[R_{Alfa}] = (0,4 \cdot 0,1) + (0,2 \cdot 0,3) + (0,1 \cdot 0,25) + (-0,05 \cdot 0,2) + (-0,25 \cdot 0,15) = 0,0775 = 7,75\%$$

L'esempio proposto contempla la situazione di un titolo qualunque (titolo Alfa) che, acquistato oggi al prezzo di 100, prevede un rendimento atteso a un anno del 7,75%.

Si noti che tale risultato non risulta contemplato tra quelli proposti dalla di-

stribuzione di frequenza⁴ che va da un massimo di rendimento del 40% a un minimo del -25%. Esso, pur risultando non concretamente ottenibile, è da leggersi come l'entità della tendenza centrale della distribuzione stessa.

Come più volte ribadito, gli investitori si trovano a operare in una perenne condizione di incertezza. Continuamente, essi sono chiamati a prendere decisioni senza, tuttavia, poter conoscere gli effetti che tali decisioni potranno generare. Tali effetti dipendono dalla scelta operata dal singolo investitore, ma, altresì, da svariati fattori futuri e incerti che sfuggono al diretto controllo degli investitori.

Per comprendere il concetto, basti pensare all'investitore Paolo che decide di effettuare un'operazione di acquisto e successiva rivendita di azioni. Per fare questo egli, dopo aver considerato tutte le possibili alternative presenti sul mercato (diverse azioni), acquista oggi 1.000 azioni Alfa e rivende le stesse dopo un mese. È vero che le conseguenze dell'operazione sono in parte riconducibili alle scelte dell'investitore Paolo (cioè il fatto di aver scelto azioni Alfa, piuttosto che una differente alternativa - azioni Beta, Gamma, ecc.), ma è altresì vero che Paolo non può prevedere la futura evoluzione dei prezzi delle azioni prescelte e, quindi, nemmeno il profitto derivante dall'operazione con le stesse.

Il concetto di incertezza, inteso come incapacità di attribuire una probabilità ai diversi e alternativi scenari futuri possibili, descrive bene la realtà degli investitori che operano sul mercato dei capitali.

La teoria finanziaria, tuttavia, vista l'impossibilità oggettiva di attribuire una probabilità agli eventi futuri, sostituisce al concetto di incertezza, il concetto di rischio e utilizza quest'ultimo nei modelli proposti. Il rischio contempla una situazione in cui, sebbene non si abbia assoluta certezza sugli eventi prossimi, si possa attribuire comunque, con qualche attenzione, una probabilità agli scenari futuri. Questo fa sì che il rischio possa essere misurato con strumenti statistici semplici e che su di esso si sia costruita una teoria accettata.

Il concetto di rischio utilizzato nei modelli finanziari è quello che fa riferimento al concetto di volatilità, cioè di dispersione della distribuzione di una variabile casuale intorno al suo valore atteso. Nel caso di investimenti mobiliari, la distribuzione è quella relativa ai rendimenti di un certo titolo e il valore atteso è il rendimento atteso visto in precedenza.

Le statistiche adatte a rappresentare il rischio sotto questa accezione di dispersione o volatilità sono due: la *varianza* (4) e la *deviazione standard*⁵ (5).

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n (R_i - E[R_i])^2 \cdot p_i \quad (4)$$

⁴ Nell'esempio riportato si parla di una distribuzione di frequenza di variabile causale discreta e non continua.

⁵ La deviazione standard non è altro che la radice quadrata o scarto quadratico medio della varianza.

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (R_i - E[R_i])^2 \cdot p_i} \quad (5)$$

dove:

σ^2 = varianza

σ = deviazione standard (*standard deviation*)

$E[R_k]$ = rendimento atteso (*expected*) del k-esimo titolo

n = numero di possibili risultati futuri

p_i = probabilità associata a ogni singolo risultato

R_i = singolo risultato possibile.

Entrambe le statistiche misurano la dispersione di cui sopra e risultano essere una misura del rischio legato al titolo. Si noti, tuttavia, che la seconda statistica è spesso preferita alla prima in quanto espressa nella stessa unità di misura dei rendimenti.

Richiamando l'esempio precedente, di seguito sono indicati varianza e deviazione standard del titolo Alfa calcolati secondo le formule sopra esposte.

Esempio 2 - Varianza e deviazione standard del titolo Alfa

Riprendendo l'esempio 1, la varianza e la deviazione standard del titolo Alfa risultano calcolati come di seguito mostrato:

$$\sigma_{Alfa}^2 = (0,4 - 0,0775)^2 \cdot 0,1 + (0,2 - 0,0775)^2 \cdot 0,30 + (0,1 - 0,0775)^2 \cdot 0,25 + (-0,05 - 0,0075)^2 \cdot 0,2 + (-0,25 - 0,0775)^2 \cdot 0,15$$

$$\sigma_{Alfa}^2 = 0,03437$$

$$\sigma_{Alfa} = \sqrt{0,03437} = 0,1854$$

Dai calcoli effettuati deriva che i rendimenti del titolo Alfa presentano uno scarto quadratico medio pari al 18,54%.

Fin qui si è detto che valore atteso e deviazione standard sono sufficienti per valutare un titolo mobiliare, essendo in grado di descriverne rispettivamente il rendimento e il rischio.

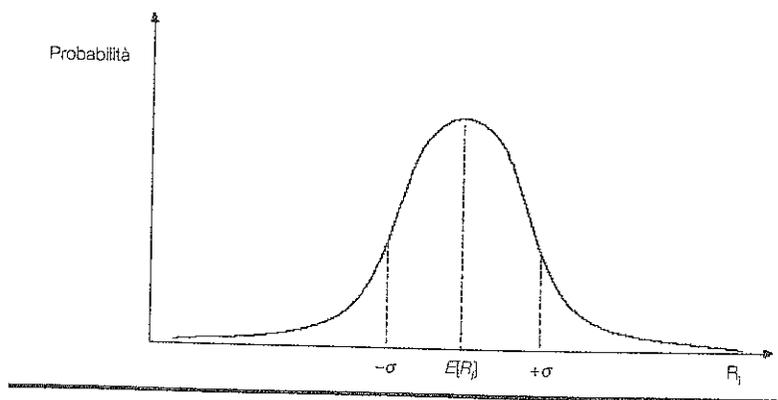
Esiste, tuttavia, una condizione fondamentale perché tale affermazione sia vera, ossia che i rendimenti del titolo siano distribuiti secondo una distribuzione normale o gaussiana⁶.

La distribuzione normale o gaussiana (figura 1)⁷ è, innanzitutto, una distribuzione simmetrica. La simmetria consente che la probabilità che il titolo considerato abbia un rendimento superiore o inferiore a quello medio atteso sia la stessa.

⁶ Dal nome del matematico, astronomo e fisico tedesco che l'ha introdotta, Carl Friedrich Gauss.

⁷ Si noti che nella distribuzione normale o gaussiana la probabilità che un rendimento effettivo sia diverso (in positivo o in negativo) dal rendimento atteso in maniera maggiore della deviazione standard è pari al 31,74%. Inoltre, la probabilità che il rendimento effettivo sia diverso dal rendimento atteso più di tre volte il valore della deviazione standard è pari allo 0,27%.

Figura 1 - Distribuzione normale o gaussiana di un titolo mobiliare



La normale oltre che simmetrica è anche una distribuzione unimodale (mediana, moda e valore medio coincidono) e mesocurtica (il valore del coefficiente di curtosi⁸ è pari a zero).

Le caratteristiche della gaussiana, e in modo particolare la simmetria, consentono di utilizzare le sole due statistiche (valore atteso e deviazione standard) per discriminare tra investimenti e operare delle scelte.

È ovvio che, qualora la distribuzione dei rendimenti non sia normale (figura 2), occorre far ricorso ad altre statistiche⁹.

Dall'ipotesi di distribuzione normale dei rendimenti, unitamente all'ipotesi di avversione al rischio degli investitori, che considerano il rischio come una variabile negativa¹⁰, deriva un fondamentale principio: il principio media-varianza.

Tale principio stabilisce che, dovendo scegliere tra due investimenti, è opportuno scegliere l'investimento che presenta un rendimento maggiore e un rischio inferiore (rendimento atteso maggiore e varianza o deviazione standard minore) come mostrato dalla (6).

$$E(r_x) \geq E(r_y) \text{ e } \sigma_x \leq \sigma_y \quad (6)$$

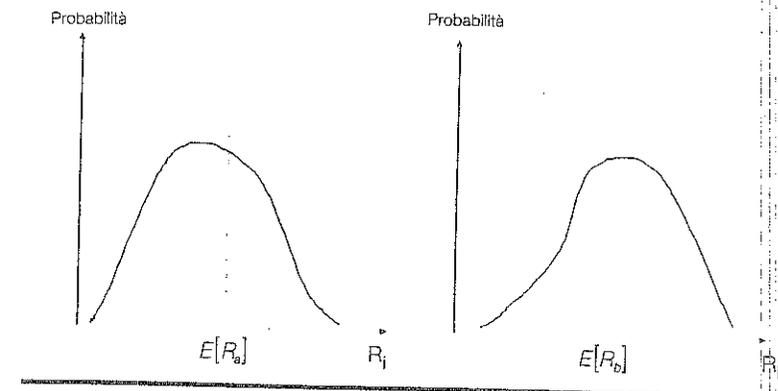
Dalla (6) risulta che l'investimento generico (meglio il portafoglio) x è preferibile a quello y . In gergo finanziario si afferma che x domina y .

⁸ L'indice di curtosi misura la "pesantezza" delle code.

⁹ Le statistiche da utilizzare in caso di distribuzione "non normale" dei rendimenti sono quelle che consentono di misurare l'asimmetria e la curtosi, cioè, asimmetria o terzo momento $M(3)$ e coefficiente di asimmetria $CM(3)$.

¹⁰ Si noti che entrambe le ipotesi sono alla base del modello sulla selezione di portafoglio di Markowitz trattato nel seguito.

Figura 2 - Distribuzioni "non normali" di un titolo mobiliare



La situazione può essere meglio esposta con un esempio. Si consideri il caso dell'investitore Luca, il quale, essendo in una situazione di surplus finanziario, decide di investire sul mercato dei capitali, con un orizzonte temporale di un anno. Per semplicità, si suppone che Luca possa scegliere tra due soli investimenti: l'investimento Alfa e l'investimento Beta. E si suppone, altresì, che la scelta di Luca venga operata considerando le sole due variabili rendimento e rischio, misurate rispettivamente attraverso rendimento atteso e deviazione standard.

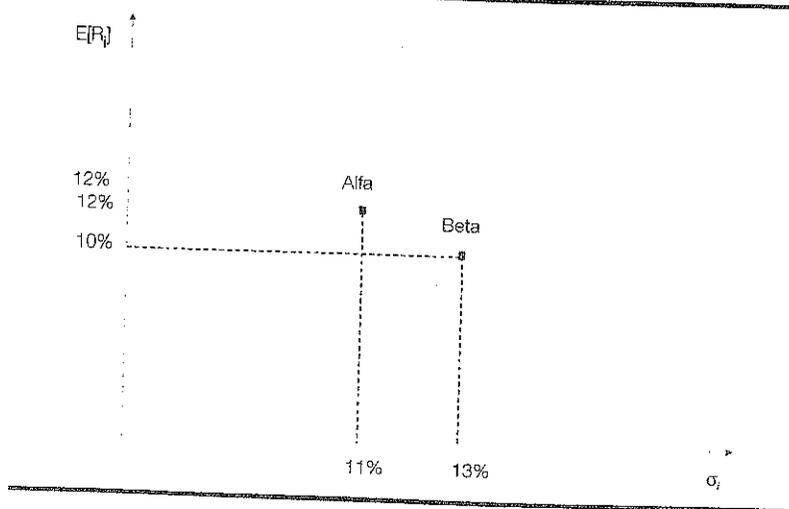
In ottemperanza del principio media-varianza, è possibile affermare che Luca, nella situazione prospettata (caso A), sceglierà l'investimento Alfa, in quanto questo presenta, rispetto all'investimento Beta, rendimento maggiore e rischio inferiore. Alfa domina senza dubbio Beta e per questo sarà l'investimento prescelto dall'investitore (esempio 3A).

L'investimento Alfa risulta dominante anche nelle due situazioni successive (caso B e caso C), in considerazione del fatto che, il principio media-varianza non implica l'esistenza di due disuguaglianze forti, ma è sufficiente anche la presenza di una sola disuguaglianza e di un'uguaglianza.

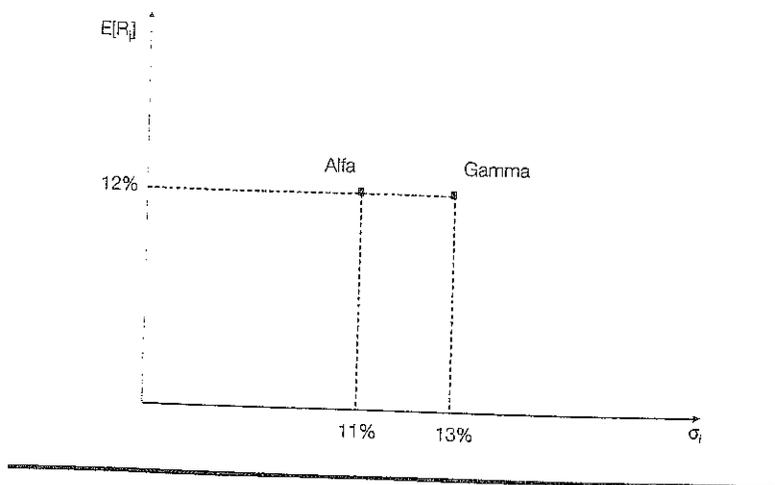
Nel caso B, l'investitore Luca si trova a scegliere tra l'investimento Alfa, il medesimo del caso precedente, e l'investimento Gamma che presenta rendimento atteso pari ad Alfa e rischio maggiore. In questo caso, Luca sceglierà nuovamente Alfa, dato che a fronte di un'uguaglianza di rendimenti attesi, è preferibile scegliere l'investimento con deviazione standard inferiore (esempio 3B).

Speculari le considerazioni possibili nel caso C, in cui Luca si trova a scegliere tra Alfa e Delta, con quest'ultimo che presenta stesso rischio di Alfa (il valo-

Esempio 3A - Scelta tra due strategie di investimento (caso A)



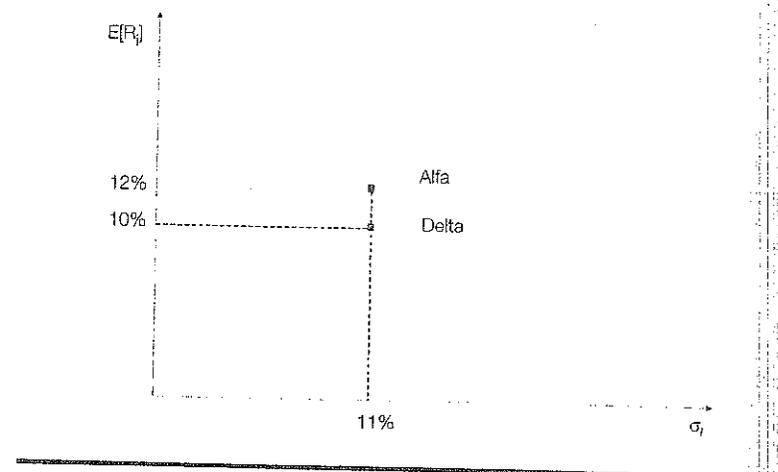
Esempio 3B - Scelta tra due strategie di investimento (caso B)



re della deviazione standard è uguale), ma rendimento inferiore. Anche in questo caso, essendo sufficiente una sola disuguaglianza forte, l'investitore sceglierà nuovamente l'investimento Alfa (esempio 3C).

È abbastanza ovvio, d'altronde, ritenere che, essendo Luca un investitore avverso al rischio, a parità di rendimento sceglierà il titolo meno rischioso (caso B) e a parità di rischio sceglierà il titolo in grado di garantire un rendimento più elevato (caso C).

Esempio 3C - Scelta tra due strategie di investimento (caso C)



Differente l'ultimo caso contemplato (caso D). In questa situazione, l'investitore Luca si trova a discriminare tra due investimenti, Alfa e Epsilon, che presentano differente rendimento atteso e differente rischio. Si noti, in particolare, che l'investimento con rendimento atteso maggiore è anche quello più rischioso (Epsilon ha rendimento atteso e deviazione standard maggiori rispetto ad Alfa). In questo caso, il principio media-varianza non aiuta a scegliere tra i due investimenti (esempio 3D). Per la scelta occorre integrare le informazioni a disposizione con informazioni sul livello di propensione al rischio di Luca¹¹.

La situazione prospettata nell'ultimo caso (caso D) è facilmente generalizzabile nella figura 3.

¹¹ Per poter scegliere tra i due investimenti occorrerebbe conoscere la funzione di preferenza dell'investitore Luca.

Esempio 3D - Scelta tra due strategie di investimento (caso D)

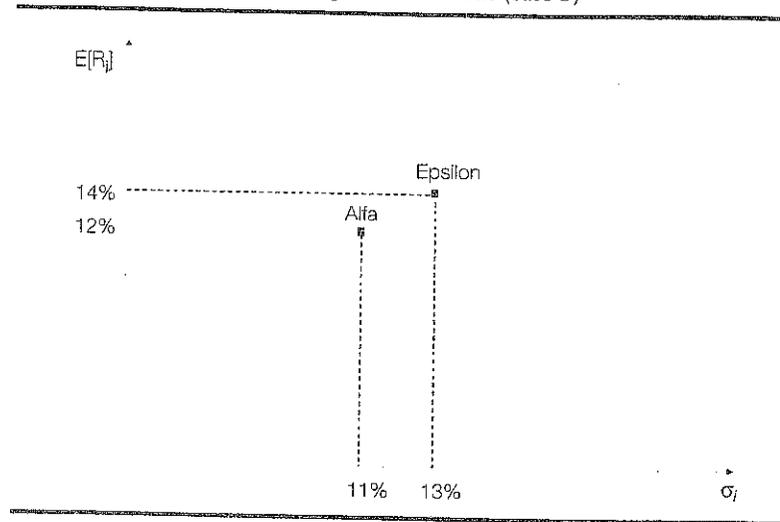
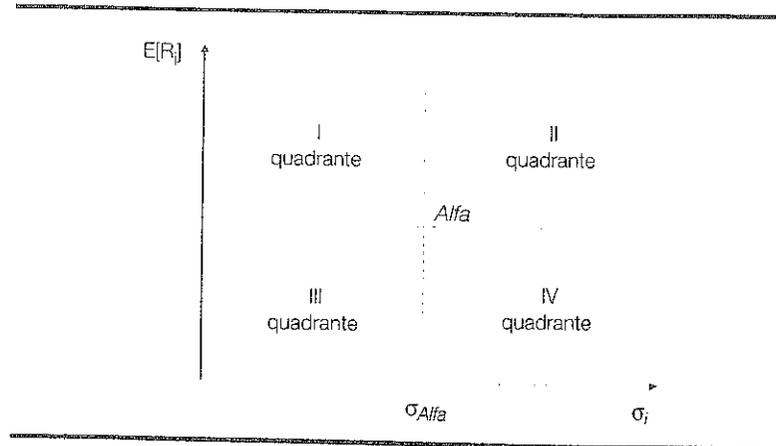


Figura 3 - Rendimento e rischio nel piano cartesiano



Si consideri nuovamente il titolo Alfa, posto al centro del piano cartesiano, che riporta sull'asse delle ascisse la standard deviation e sull'asse delle ordinate il rendimento atteso.

Il posizionamento centrale del titolo Alfa permette di dividere il piano in quattro quadranti, all'interno dei quali sono collocati altri titoli alternativi rispetto ad Alfa (ad esempio, Beta, Gamma, ecc.).

Sulla base del principio media-varianza è possibile affermare che nel primo quadrante si collocano titoli migliori di Alfa, poiché essi presentano rendimento atteso maggiore e deviazione standard minore. Al contrario, nel quarto quadrante sono collocati titoli peggiori di Alfa, in quanto caratterizzati da rendimento atteso inferiore e deviazione standard maggiore di Alfa.

Fatte queste premesse, l'investitore avverso al rischio che seleziona i possibili investimenti sulla base delle variabili rendimento e rischio tenderà a scegliere gli investimenti collocati nel primo quadrante e, parallelamente, a escludere gli investimenti collocati nel quarto quadrante.

Come visto in precedenza, tuttavia, il principio media-varianza non consente in ogni occasione di operare una scelta ed è per questo in alcuni casi non applicabile. È il caso della scelta tra titolo Alfa e titoli collocati nel secondo e terzo quadrante. Volendo discriminare tra titolo Alfa e tali titoli non è possibile giungere a una scelta in quanto questa dipende dal grado di propensione al rischio del soggetto considerato. Il secondo quadrante, infatti, comprende titoli con rendimento e rischio superiori al titolo Alfa, mentre il terzo quadrante include titoli con rendimento e rischio inferiori al titolo Alfa. È logico ritenere che sul mercato ci siano differenti soggetti investitori, che pur nella globalità avversi al rischio, hanno una propensione allo stesso differente. Potrebbero esistere, ad esempio, soggetti scarsamente propensi al rischio che preferiscono rendimenti minori a fronte di rischi minori o al contrario soggetti più "coraggiosi" disposti a correre maggiori rischi a fronte di rendimenti attesi maggiori. I primi soggetti preferiranno i titoli collocati nel terzo quadrante, i secondi quelli collocati nel secondo. L'informazione relativa alla propensione o avversione al rischio risulta fondamentale ai fini della scelta, che diviene soggettiva e non più oggettiva come nei casi precedenti, nei quali l'applicazione del principio media-varianza risulta sufficiente.

1.2 La Portfolio Selection di Markowitz

Definiti i concetti di rendimento e rischio di un'attività finanziaria, nel presente paragrafo si generalizzano tali concetti alla realtà di un portafoglio di titoli. La generalizzazione è operata coerentemente con quanto accade sul mercato dei capitali, ove l'investitore razionale è portato alla selezione, non tanto del singolo titolo, ma piuttosto di un portafoglio di titoli¹².

¹² Si noti che l'investimento in un portafoglio di titoli rispetto all'investimento in un solo titolo consente di raggiungere livelli di utilità ben più elevati.

Questo secondo paragrafo si pone l'obiettivo di spiegare le ragioni a supporto dell'utilità all'investimento di portafoglio, piuttosto che di singoli titoli, introducendo la Teoria di Selezione di Portafoglio, elaborata da Harry Markowitz nel suo celebre articolo del 1952¹³. Markowitz dimostrò matematicamente i vantaggi ottenibili dall'investimento delle risorse in un portafoglio di titoli, mostrando i benefici della diversificazione.

La *Portfolio Selection* rappresenta, senza dubbio, il primo importante passo del robusto filone di studi sulle scelte di investimento sviluppatosi successivamente, e ancora oggi, dopo oltre 50 anni dalla sua pubblicazione, costituisce fondamento per ogni modello di costruzione o selezione di portafoglio. Storicamente, tale modello rappresenta il primo valido tentativo di soluzione del problema di selezione di portafogli ottimi.

1.2.1 Le ipotesi del modello

Come ogni modello, anche la Portfolio Selection si basa su una serie di ipotesi, che, pur introducendo semplificazioni rispetto alla realtà osservabile, non inficiano la validità del modello stesso e delle sue conclusioni.

Tali ipotesi sono distinguibili in principali e secondarie o implicite¹⁴.

In particolare, le ipotesi principali sono tre:

1. gli investitori prendono le loro decisioni sulla base di due soli parametri: il rendimento medio atteso e il rischio atteso; quest'ultimo misurato dalla varianza o dalla deviazione standard (standard deviation);
2. gli investitori sono avversi al rischio (considerano cioè il rischio in un'accezione negativa) e massimizzano l'utilità attesa;
3. l'orizzonte temporale del portafoglio è unico (uniperiodale) e i portafogli non possono essere modificati.

A queste ipotesi principali se ne aggiungono altre (secondarie), implicitamente considerate nel modello:

4. non esistono costi di transazione e imposte;
5. i titoli sono perfettamente divisibili e non sono presenti lotti minimi (in altre parole, è possibile compravendere quantità anche piccole o piccolissime di titoli);
6. nel mercato opera un regime di concorrenza perfetta e gli investitori sono *price taker* (non sono in grado di influire con il loro comportamento sui prezzi);
7. le attività sono rischiose (non esistono attività prive di rischio);
8. sul mercato sono presenti titoli con differente rendimento atteso;
9. non esistono attività correlate negativamente in modo perfetto.

¹³ Markowitz (1952), pp. 77-91.

¹⁴ La distinzione tra ipotesi principali e implicite o secondarie è operata anche da Sampagnaro (2005).

Le ipotesi alla base del modello portano a trarre alcune considerazioni, peraltro già in parte richiamate nel paragrafo precedente con riferimento ai singoli titoli. Tali considerazioni vengono di seguito trattate con riferimento alla realtà di un portafoglio di titoli, nel primo caso (paragrafo 1.2.2) composto da due soli titoli, mentre, nel secondo caso (paragrafo 1.2.3) composto da N titoli.

1.2.2 Il modello a due titoli in portafoglio (caso elementare)

Nella versione elementare del modello, qui presentata, si suppone che sul mercato siano presenti solo due attività finanziarie, il titolo A e il titolo B.

Si suppone, altresì, una situazione relativa ai due titoli che non consente l'applicazione del principio media-varianza, in quanto il titolo A presenta minor rendimento atteso, ma anche minor rischio rispetto al titolo B.

P è il portafoglio costituito dai due titoli A e B che all'interno dello stesso hanno pesi rispettivamente uguali ad a e b (con $a + b = 1$).

Parallelamente a quanto visto per un singolo titolo, il portafoglio P presenta un rendimento atteso pari alla media ponderata tra i rendimenti medi dei due titoli, A e B, ove la ponderazione è data dai pesi dei singoli titoli come mostrato dalla (7).

$$E[R_p] = a \cdot E[R_a] + b \cdot E[R_b] \quad (7)$$

dove:

$E[R_p]$ = rendimento atteso (expected) del portafoglio P

a = peso in portafoglio del titolo A

b = peso in portafoglio del titolo B

$E[R_a]$ = rendimento atteso (expected) del titolo A

$E[R_b]$ = rendimento atteso (expected) del titolo B.

Se la stima del rendimento di un portafoglio non crea particolari problemi metodologici, merita maggior attenzione la stima del rischio atteso, misurato attraverso la varianza o la deviazione standard.

Intuitivamente, si potrebbe immaginare che il calcolo del rischio di portafoglio possa avvenire in maniera analoga a quello del rendimento atteso. In sostanza, sarebbe sufficiente considerare i rischi dei singoli titoli componenti il portafoglio e sommarli, utilizzando come ponderazione i differenti pesi in capo ai singoli titoli.

Se così fosse, tuttavia, si commetterebbe un errore rilevante: non si terrebbe in considerazione l'effetto diversificazione. Tale effetto si realizza quando all'interno del medesimo portafoglio sono inserite attività che non hanno comportamento esattamente uniforme. L'assenza di conformità nell'andamento delle due o più attività in portafoglio permette di ridurre il rischio complessivo¹⁵. Un'adeguata diversificazione, quindi, consente all'investitore di sostenere un rischio in-

¹⁵ In realtà, grazie alla diversificazione è possibile ridurre solo una parte del rischio complessivo, quello corrispondente al rischio specifico del titolo (per approfondimenti si veda il capitolo 4).

feriore. Nella realtà, il rischio effettivo di portafoglio è marcatamente inferiore a quello calcolato come media ponderata dei rischi dei singoli titoli, proprio a causa del possibile effetto di diversificazione.

Da tutto ciò deriva che, al fine di misurare il rischio di portafoglio e comprendere l'effetto diversificazione, occorre operare in maniera differente da quella vista per il rendimento e utilizzare statistiche diverse.

A tal fine, il primo passaggio utile è la determinazione della varianza di portafoglio (8).

$$\sigma_p^2 = a^2 \cdot \sigma_a^2 + b^2 \cdot \sigma_b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \sigma_{ab} \quad (8)$$

dove (per entrambe):

σ_p^2 = varianza del portafoglio P, composto dai titoli A e B

a = peso in portafoglio del titolo A

b = peso in portafoglio del titolo B

σ_a^2 = varianza del titolo A

σ_b^2 = varianza del titolo B

σ_{ab} = covarianza tra i titoli A e B.

E nella quale,

$$\sigma_{ab} = Cov(R_a, R_b) = E[(R_a - E[R_a]) \cdot (R_b - E[R_b])] = \sigma_a \cdot \sigma_b \cdot \rho_{ab} \quad (9)$$

dove:

ρ_{ab} = coefficiente di correlazione, titolo A e titolo B.

Osservando le formule, si comprende come la varianza del portafoglio P, composto dalle attività A e B, è data dalla sommatoria delle varianze dei due titoli, ponderata per i pesi dei titoli stessi al quadrato e dalla covarianza moltiplicata per due di A e B, anch'essa ponderata dai pesi assunti dai due titoli.

La covarianza, espressa come rendimento al quadrato, è una statistica che fornisce informazioni circa il movimento sincronico dei due titoli (esprime il grado con cui A e B si muovono insieme).

La covarianza, a sua volta, come mostrato dalla (9), è data dalla variabile causale frutto del prodotto tra gli scarti calcolati rispetto al rendimento atteso dei due titoli in portafoglio.

Pur fornendo informazioni relative al comportamento sincrono o meno dei due titoli in portafoglio, la covarianza non fornisce precisi riferimenti circa l'intensità di tale sincronia. Il segno fornisce indicazioni circa la tipologia di relazione, ma il valore assoluto non è in grado di dare ulteriori informazioni.

Per avere maggiori indicazioni sulla relazione fra variabili, occorre fare riferimento a un'altra statistica, ossia il coefficiente di correlazione (ρ), che è in grado proprio di misurare l'interdipendenza tra due titoli. Esso deriva matematicamente da una standardizzazione della formula della covarianza e non è altro che il rapporto tra la covarianza stessa e il prodotto tra le deviazioni standard dei rendimenti dei due titoli (riquadro 1).

Riquadro 1 - Il coefficiente di correlazione

Il coefficiente di correlazione ρ_{ab} descrive la relazione lineare esistente tra i due titoli presenti in portafoglio A e B.

Valori	Tipologia di correlazione
-1	Caso di perfetta relazione lineare inversa fra variabili
0	Caso di assenza di relazione lineare (non vengono escluse relazioni di tipo non lineare)
+1	Caso di perfetta relazione lineare diretta fra variabili

Come presentato nel riquadro 1, il coefficiente di correlazione può assumere valori compresi tra due estremi rappresentati dai valori -1 e +1¹⁶. Un coefficiente pari a -1 indica la presenza di una relazione di tipo lineare inversa tra variabili. Tale relazione fa sì che i titoli si muovano in modo completamente opposto o contrario: a un incremento della prima variabile corrisponde un decremento della seconda variabile e viceversa.

Situazione del tutto divergente, se il coefficiente è pari a +1. In questo caso, infatti, le due variabili si muovono in modo coincidente, tanto che all'incremento di una delle due, corrisponde un incremento anche dell'altra.

È assente qualsiasi tipo di relazione lineare, al contrario, se il coefficiente è pari a zero. In questo terzo caso, non è pensabile un andamento comune delle due variabili.

È importante sottolineare la rilevanza del coefficiente di correlazione relativamente al tema della diversificazione. Esso, cogliendo la relazione tra variabili, cioè il modo in cui il rendimento di un titolo varia al variare del rendimento di un altro titolo, è in grado di misurare il livello di riduzione del rischio riconducibile all'effetto di diversificazione.

Parallelamente a quanto visto in precedenza nel caso di un solo titolo, l'esempio 4 di seguito proposto mostra la determinazione del rendimento e del rischio relativo a un portafoglio composto da due titoli, dapprima nell'ipotesi di perfetta correlazione e successivamente nell'ipotesi di correlazione imperfetta.

Chiariti i concetti di rendimento e rischio legati a un portafoglio di titoli, per giungere alla determinazione della frontiera efficiente proposta da Markowitz, si supponga ora che fra i due titoli A e B esista correlazione pari a 1 (cioè si ipotizza un caso di perfetta relazione lineare diretta fra variabili).

I due titoli possono essere rappresentati su un piano cartesiano (figura 4). Il piano riporta sull'asse delle ascisse la deviazione standard di portafoglio e su quello delle ordinate il rendimento atteso di portafoglio.

Il segmento AB raffigurato sul piano rappresenta l'insieme di portafogli che è possibile costruire combinando i due titoli A e B e fornendo, di volta in volta, pesi differenti.

¹⁶ Nella realtà il caso più frequente consiste nel riscontrare valori positivi, ma inferiori a 1, v. Pagan (2006), p. 218.

Esempio 4 - Rendimento e deviazione standard di un portafoglio di titoli

Il portafoglio P è composto da due titoli A e B, con pesi rispettivamente pari al 35% e al 65%. Il titolo A presenta un rendimento atteso del 12% e una deviazione standard pari al 20%, di contro, il titolo B presenta un rendimento atteso del 5% e una deviazione standard pari all'8%.

Caso A

Si ipotizza che i due titoli siano perfettamente correlati (coefficiente di correlazione pari a +1).

$$E[R_p] = 0,35 \cdot 0,12 + 0,65 \cdot 0,05 = 0,0745$$

$$\sigma_p = \sqrt{0,35^2 \cdot 0,2^2 + 0,65^2 \cdot 0,08^2 + 2 \cdot 0,35 \cdot 0,65 \cdot 0,2 \cdot 0,08 \cdot 1} = 0,122$$

In caso di perfetta correlazione, dai calcoli effettuati deriva che il portafoglio P presenta un rendimento atteso del 7,45% e una deviazione standard del 12,2%.

Caso B

Si ipotizza una correlazione imperfetta tra i due titoli (coefficiente di correlazione pari a 0,06).

$$E[R_p] = 0,35 \cdot 0,12 + 0,65 \cdot 0,05 = 0,0745$$

$$\sigma_p = \sqrt{0,35^2 \cdot 0,2^2 + 0,65^2 \cdot 0,08^2 + 2 \cdot 0,35 \cdot 0,65 \cdot 0,2 \cdot 0,08 \cdot 0,06} = 0,089$$

Dai calcoli effettuati deriva che il portafoglio P presenta nuovamente un rendimento atteso del 7,45% (esso non muta nonostante la correlazione sia imperfetta), ma una deviazione standard prossima al 9%, sensibilmente ridotta rispetto al caso precedente.

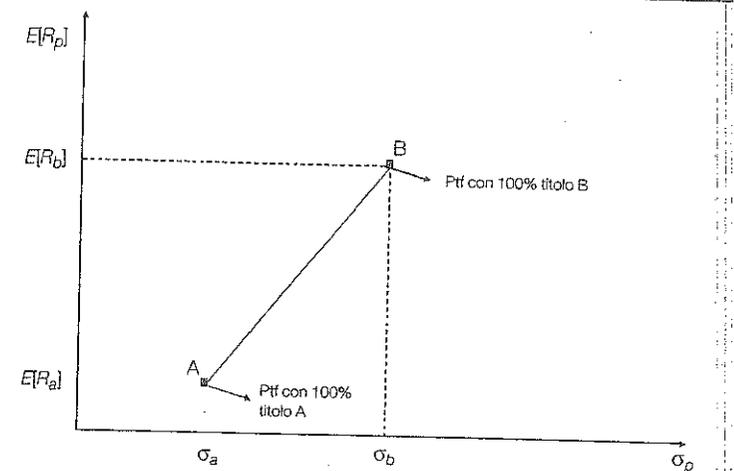
Si noti che tali portafogli non sono discriminabili secondo il principio media-varianza. Ne consegue che nel caso considerato, con una configurazione di mercato di questo tipo, lo stesso segmento AB costituisce la frontiera efficiente. Gli investitori, infatti, non sono in grado di selezionare portafogli migliori ricorrendo al principio media-varianza e si collocano lungo il segmento a seconda della loro propensione al rischio. Investitori più avversi al rischio si collocheranno maggiormente in prossimità dell'attività A, mentre investitori meno avversi al rischio si collocheranno in prossimità dell'attività B. Il caso estremo di portafoglio costituito solo da titoli A sarà selezionato da un investitore particolarmente preoccupato e timoroso di eventuali andamenti negativi del mercato, mentre il caso estremo opposto, portafoglio costituito solo da titoli B, sarà selezionato da un investitore particolarmente orientato al rischio.

A parità di condizioni, si ipotizzi ora che fra i due titoli A e B esista una correlazione inferiore a 1 (i due titoli non hanno più andamento perfettamente coincidente). L'ipotesi non muta l'entità del rendimento associato al portafoglio. Un coefficiente di correlazione inferiore a 1 non va a modificare il rendimento atteso di portafoglio¹⁷.

Al contrario, esso va a modificare il rischio di portafoglio. Se si osserva la (8), infatti, si nota come il coefficiente sia uno dei fattori che determinano la cova-

¹⁷ Il coefficiente di correlazione non compare nella formula del rendimento atteso di portafoglio.

Figura 4 - Frontiera efficiente composta da due titoli con correlazione positiva perfetta



rianza tra i titoli A e B. È matematicamente provato che, poiché pesi e deviazione standard assumono valori positivi, la riduzione del coefficiente di correlazione riduce la deviazione standard di portafoglio. A parità di rendimento, il rischio di portafoglio si riduce, in quanto è inferiore l'apporto della covarianza alla varianza complessiva di portafoglio. E questo è vero per ogni portafoglio situato sul segmento AB, a eccezione dei portafogli composti da un solo titolo (portafoglio composto dal solo titolo A o dal solo titolo B).

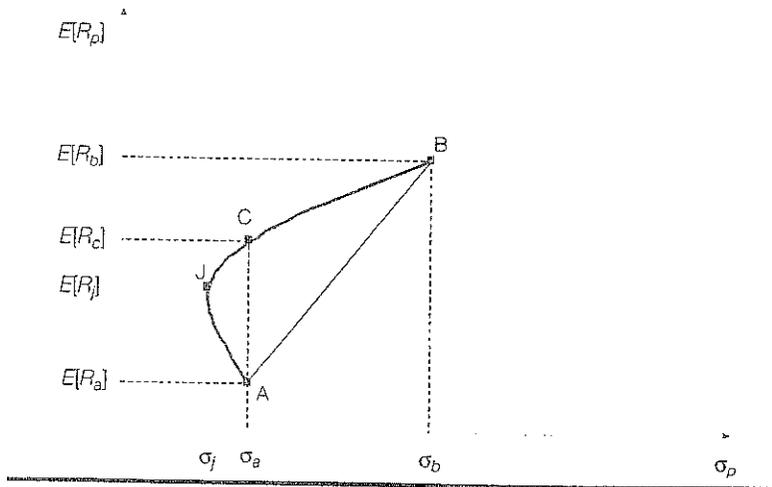
Graficamente la riduzione del rischio di portafoglio è rappresentata da uno spostamento verso sinistra della frontiera efficiente (figura 5). Analizzando la nuova curva AB, conseguente al suddetto spostamento e rappresentante le varie combinazioni possibili rendimento-rischio, si nota la presenza di portafogli inefficienti. Il principio media-varianza consente di discriminare tra differenti portafogli e di evidenziare, ad esempio, l'inefficienza del portafoglio A. Nessun investitore razionale, infatti, sceglierà un portafoglio composto da soli titoli A, in quanto il portafoglio C permette, a parità di rischio, un rendimento maggiore.

Da tali considerazioni e osservando il grafico, è possibile stabilire che:

- il tratto di curva AB rappresenta l'insieme dei portafogli fattibili combinando i due titoli A e B;
- il tratto di curva AJ rappresenta l'insieme dei portafogli inefficienti o dominati, per i quali esistono, a parità di rischio, portafogli in grado di offrire rendimenti migliori;

- il tratto di curva JB rappresenta la frontiera efficiente, ossia l'insieme di portafogli efficienti, per i quali non è possibile discriminare secondo il principio media-varianza.

Figura 5 - Frontiera efficiente composta da due titoli con correlazione non perfetta



Come visto precedentemente, anche in questo caso, l'individuazione del portafoglio ottimo per l'investitore chiamerà in causa la sua più o meno acuta avversione al rischio. Investitori più avversi al rischio si posizioneranno in prossimità del punto J, viceversa investitori meno avversi al rischio si posizioneranno in prossimità del punto B. In ogni caso, comunque, indipendentemente dal grado di avversione al rischio, è logico ritenere che rispetto al caso precedente qualsiasi investitore otterrà una maggiore utilità. Utilità che sarà tanto più elevata, quanto maggiore sarà lo spostamento verso sinistra della frontiera efficiente in conseguenza di una correlazione nulla o negativa.

Il caso estremo è rappresentato da portafogli composti da attività correlate in modo perfettamente negativo (coefficiente di correlazione pari a -1), tuttavia, secondo Markowitz, non osservabili nella realtà, per i quali il rischio è pari a zero.

La Teoria della Selezione di Portafoglio presentata stabilisce che, combinando attività rischiose, si produce un insieme di portafogli fattibili. Alcuni di questi portafogli risultano non efficienti e di conseguenza non sono selezionati dagli investitori. Altri, al contrario, risultano efficienti e costituiscono la frontiera efficiente, ossia l'insieme di alternative di investimento tra le quali gli investitori scelgono in base al loro differente grado di avversione al rischio.

1.2.3 Il modello a N titoli in portafoglio (caso generale)

L'analisi svolta nel paragrafo precedente e le conclusioni proposte sono facilmente generalizzabili a un portafoglio composto da N titoli.

Si noti che, peraltro, l'ipotesi che un investitore gestisca un portafoglio composto da più titoli, e non solo due, è sicuramente più verosimile rispetto alla precedente. Maggiori sono i titoli in portafoglio, infatti, maggiore è la possibilità di sfruttare l'effetto diversificazione.

Come nel caso precedente, si considerano solo due variabili: rendimento e rischio, nuovamente misurati attraverso la stima del rendimento atteso e del rischio atteso.

Per quanto riguarda il rendimento atteso, esso è dato, come nel caso precedente, dalla media ponderata dei rendimenti attesi dei singoli titoli, ove i coefficienti di ponderazione sono rappresentati dai pesi assunti dai singoli titoli in portafoglio, come mostrato dalla (10).

$$E[R_p] = \sum_{i=1}^n X_i \cdot E(r_i) \quad (10)$$

dove:

$E(R_p)$ = rendimento atteso del portafoglio P, composto da N titoli

X_i = pesi assunti dai titoli in portafoglio

$E(R_i)$ = rendimenti attesi di ognuno dei singoli titoli in portafoglio (in un certo orizzonte temporale).

Per quanto concerne il rischio atteso, invece, la sua stima, operata nuovamente attraverso le statistiche di varianza e deviazione standard, è fornita dalla (11).

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^N (X_i \cdot \sigma_i)^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N X_i \cdot X_j \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \cdot \rho_{i,j}} \quad (11)$$

dove:

σ_p = deviazione standard del portafoglio P, composto da N titoli

X_i, X_j = pesi assunti dai titoli in portafoglio

σ_i, σ_j = deviazione standard dei titoli in portafoglio

$\rho_{i,j}$ = coefficiente di correlazione.

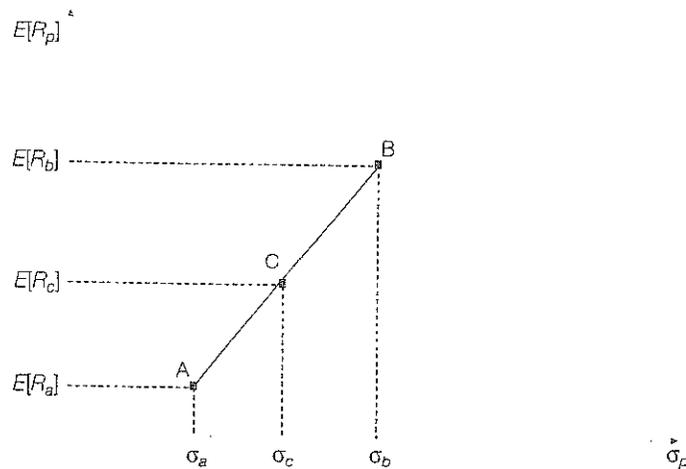
Tale formula è ricavata sfruttando le particolari caratteristiche della matrice dei coefficienti di correlazione tra i vari titoli e operando opportune semplificazioni. Si noti che la formula per il calcolo della deviazione standard è la medesima del caso precedente, tuttavia, aumentando il numero dei titoli in portafoglio, aumenta notevolmente anche il numero di termini sotto radice. E questo è vero, soprattutto, per l'aumentare delle correlazioni (o covarianze) tra ciascuna possibile coppia di titoli in portafoglio¹⁸.

¹⁸ Al fine di cogliere interamente l'effetto diversificazione, occorre calcolare la correlazione tra ogni possibile coppia di titoli in portafoglio.

Stimati rischio e rendimento, la teoria di Markowitz indica come ricavare l'insieme di portafogli efficienti. Risulta piuttosto ovvio che la maggior copiosità dei titoli renda più ampio l'insieme di portafogli possibili. Graficamente non si parlerà più di segmento o curva, ma di spazi più ampi.

Si considerino, ad esempio, i tre titoli, A, B e C¹⁹, rappresentati graficamente nella figura 6.

Figura 6 - Frontiera efficiente composta da tre titoli



Nessuno dei tre titoli considerati singolarmente domina gli altri. Si ipotizzi ora di combinare tra loro due soli titoli tra i tre presentati (A e B, A e C, C e B) e di costruire i portafogli corrispondenti.

- Dalla figura 7, si ricava che:
- il tratto di curva AB rappresenta l'insieme di portafogli ottenuti abbinando i titoli A e B;
 - il tratto di curva AC rappresenta l'insieme di portafogli ottenuti abbinando i titoli A e C;
 - il tratto di curva CB rappresenta l'insieme di portafogli ottenuti abbinando i titoli C e B.

¹⁹ Le conclusioni a cui si giunge, considerando un portafoglio composto da tre titoli, sono le stesse alle quali si giungerebbe considerando un portafoglio a N titoli.

Figura 7 - Frontiera efficiente composta da tre titoli

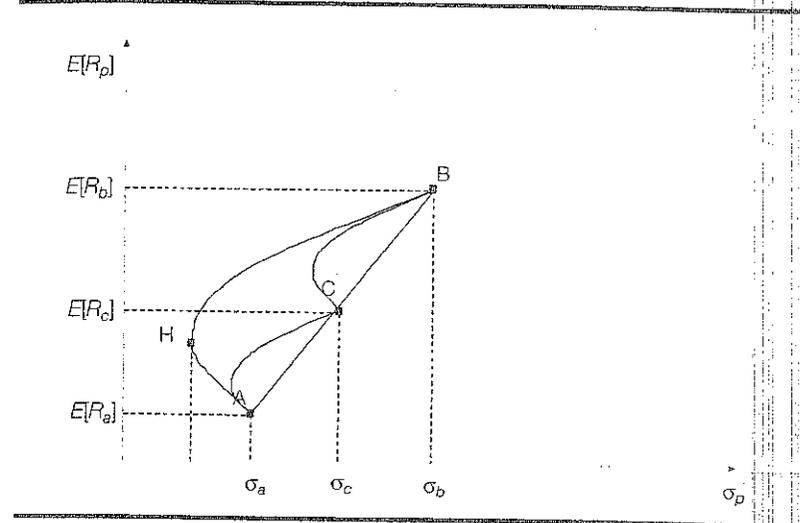
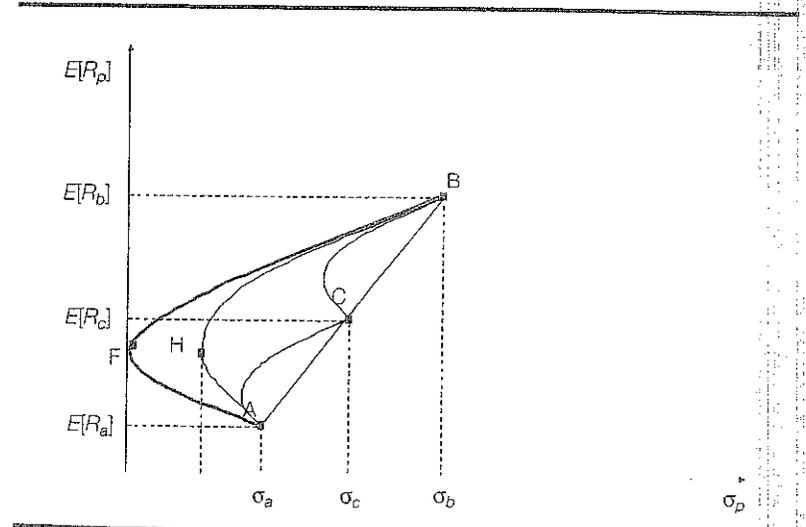


Figura 8 - Frontiera efficiente composta da tre titoli



Richiamando il principio media-varianza, è possibile affermare che i portafogli ottenuti combinando i titoli A e C e i titoli C e B sono inefficienti, così come il portafoglio composto dai soli titoli C. Essi sono chiaramente dominati dai portafogli ottenuti abbinando i titoli A e B.

Al fine di giungere alla determinazione della frontiera efficiente occorre considerare anche i portafogli formati dalle varie combinazioni dei tre titoli.

La considerazione dei portafogli composti dai tre titoli (ma in realtà anche da N titoli) porta a definire una nuova curva, come mostrato dalla figura 8.

Dall'osservazione del grafico, si ricava che:

- il tratto di curva HB non rappresenta la frontiera efficiente, dato che sfruttando la possibilità di combinare i tre titoli contemporaneamente è sensato collocarsi sul tratto FB;
- la frontiera efficiente è rappresentata dal tratto di curva FB (ramo di iperbole);
- i portafogli collocati al di sotto del tratto di curva FB sono portafogli possibili, ma non efficienti;
- i portafogli collocati al di sopra del tratto di curva FB sono portafogli impossibili. Nessuna combinazione dei tre titoli permette di raggiungere tale area, che potrebbe essere eventualmente raggiunta solo attraverso la considerazione di altre attività.

Si noti, infine, che la frontiera efficiente è una funzione crescente e generalmente concava (mai convessa). Ciò determina che muovendosi lungo la frontiera, all'aumentare del rischio, il rendimento cresce meno che proporzionalmente.

Nuovamente, l'individuazione del portafoglio ottimo per il singolo investitore dipenderà dal proprio grado di avversione al rischio, che lo porterà a discriminare tra l'insieme di portafogli tra i quali è saggio operare una scelta, ossia quelli collocati sulla frontiera efficiente.

1.3 Il Capital Asset Pricing Model: introduzione

Dopo aver analizzato i presupposti necessari per la costruzione della frontiera efficiente e le modalità di identificazione del portafoglio migliore per un investitore, si rende necessario introdurre un modello in grado di evidenziare quale sia la relazione tra rendimento e rischio dei titoli presenti sul mercato. Lo scopo del presente paragrafo è proprio quello di esaminare tale aspetto, concentrando l'attenzione in particolare sulla metodologia più nota a livello teorico e più utilizzata in ambito professionale: il *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). Opinione di chi scrive è infatti che, a fronte dell'apparente semplicità del CAPM, non sia sempre così chiaro né il significato da attribuire alle varie grandezze presenti nella sua formulazione né, soprattutto, il ventaglio delle alternative percorribili per risolvere alcuni dei problemi di stima che concretamente si pongono al *merchant banker* o all'analista finanziario. Troppo spesso le scelte adottate in sede di applicazione del CAPM sembrano il frutto di vincoli

e soluzioni di compromesso, riconducibili in gran parte alla disponibilità di dati, piuttosto che il risultato di scelte ponderate e giustificabili in termini logico-formali. Ciò, come è intuibile, a tutto pregiudizio dell'intero procedimento di valutazione.

Il resto del lavoro è strutturato come segue: nel paragrafo 1.4 si riprenderanno sinteticamente gli assunti e i concetti chiave caratterizzanti il CAPM. Nei paragrafi successivi ci si concentrerà sulla risoluzione delle problematiche che concretamente si pongono nella sua applicazione: in particolare, nel paragrafo 1.5 ci si dedicherà alla stima del tasso privo di rischio (*risk free*); nel paragrafo 1.6 si affronterà il problema della stima del premio al rischio di mercato (*equity risk premium*); il paragrafo 1.7 sarà dedicato invece alla stima del parametro espressivo della rischiosità dell'attività oggetto di valutazione, vale a dire il parametro beta. In una sezione a parte (paragrafo 1.8) si prenderanno in considerazione alcune soluzioni per la stima del beta di natura "empirica", utilmente adottabili nell'ipotesi - per la verità spesso verificata - che non ci siano le condizioni per un'applicazione rigorosa del CAPM. Il paragrafo conclusivo sviluppa alcune considerazioni in merito alla reale applicabilità del CAPM, tenendo conto di una serie di limiti e problematiche intrinseche al modello in esame.

1.4 Il Capital Asset Pricing Model: assunzioni e concetti di base

I paragrafi precedenti hanno illustrato in modo completo i presupposti e le modalità per la costruzione di un insieme di portafogli efficienti, arrivando a determinare la cosiddetta frontiera efficiente. Tale concetto è stato sviluppato da Markowitz il quale ha inoltre dimostrato che il singolo investitore che vuole determinare quale tra i portafogli efficienti sia, per lui, il portafoglio ottimale, deve considerare la propria curva di utilità e individuare il punto di tangenza più elevato tra la frontiera efficiente e la curva stessa, identificando in tal modo il portafoglio ottimo. Il modello universalmente noto come *Capital Asset Pricing Model*, rifacendosi esplicitamente ai fondamentali contribuiti alla base della moderna teoria della finanza in tema di frontiera dei portafogli efficienti e benefici da diversificazione, lega il rendimento atteso di un titolo o di un progetto di investimento alla sua componente di rischio rilevante, vale a dire non ulteriormente eliminabile ricorrendo alla diversificazione di portafoglio²⁰. Tale componente di rischio può dunque essere vista come il contributo di un titolo al rischio dell'intero portafoglio detenuto da ogni singolo investitore.

Prima di proseguire nella trattazione, è utile soffermarsi sulla descrizione del complesso di ipotesi sottostanti alla relazione in questione, dato che troppo spes-

²⁰ Cfr. Markowitz (1959), Sharpe (1964), Lintner (1965).

so nella pratica si assiste a improprie applicazioni della medesima, non precedute da un'adeguata verifica dell'applicabilità al caso concreto di quelle assunzioni che sono alla base del CAPM e, più in generale, del mondo media-varianza in cui si muove gran parte della teoria della finanza.

In particolare, il CAPM si impernia sulle seguenti ipotesi:

1. gli individui sono razionali nella scelta dei propri portafogli di investimenti, avendo come obiettivo la massimizzazione dell'utilità attesa associata alla loro ricchezza futura²¹;
2. gli investitori, essendo avversi al rischio, scelgono portafogli efficienti sulla base unicamente della media e della varianza dei rendimenti dei diversi titoli (portafogli)²²;
3. l'informazione circola liberamente tra gli investitori;
4. gli investitori hanno aspettative omogenee circa l'evoluzione futura dei rendimenti dei diversi titoli azionari;
5. esiste un tasso di interesse privo di rischio al quale gli individui possono dare e prendere a prestito qualsiasi ammontare di fondi;
6. non ci sono né imposte né costi di transazione e inoltre sono trascurabili i costi di fallimento (*bankruptcy costs*);
7. tutte le attività sono liquide, perfettamente divisibili e dunque commerciabili;
8. il mercato è competitivo, di modo che gli investitori non possono, con le loro azioni, influenzare i prezzi delle singole attività, il cui ammontare è dato.

1.4.1 La Capital Market Line

Una delle principali novità che il CAPM introduce rispetto al modello di Markowitz è la possibilità di investire e indebitarsi al tasso privo di rischio. Per comprendere il significato di attività risk free si può pensare a un titolo emesso da un emittente sicuro (per evitare il rischio insolvenza), zero coupon e con una durata pari all'orizzonte temporale dell'investitore. La scelta del titolo zero coupon è riconducibile alla volontà di evitare il rischio di reinvestimento connesso alle cedole, mentre la durata del titolo pari all'orizzonte d'investi-

²¹ È appena il caso di sottolineare come, in letteratura, il termine "razionale" sia utilizzato per identificare una categoria ben precisa di individui, i quali soddisfano contemporaneamente le seguenti condizioni:

a) *non sazietà* (l'utilità associata alla ricchezza è crescente al crescere della ricchezza stessa);
 b) *avversione al rischio* (un investimento certo è sempre preferito a un investimento incerto, benché caratterizzato dallo stesso rendimento atteso del primo).

Cfr. Elton, Gruber (1995).

²² Si ritiene utile accennare al fatto che, per poter operare in un mondo media-varianza, in cui cioè le informazioni sulla media e sulla varianza di una data attività sono tutto quello che serve agli investitori per massimizzare l'utilità attesa associata alla loro ricchezza, è necessario ipotizzare o che le funzioni di utilità degli investitori siano di tipo quadratico o che la distribuzione di probabilità dei rendimenti delle attività finanziarie sia una normale (o una log-normale). Cfr. Elton, Gruber (1995); Huang, Litzenberger (1988).

mento è necessaria per evitare un rischio di tasso d'interesse²³. Sulla base delle considerazioni effettuate si potrebbe sostenere che per un investitore con un orizzonte d'investimento di 1 anno, il Bot a 1 anno può essere considerato titolo privo di rischio in quanto: è emesso da un emittente governativo "sicuro" (lo Stato italiano) ed è un titolo zero coupon con durata di 1 anno pari all'orizzonte d'investimento.

Considerando che l'investitore può investire parte del portafoglio in attività rischiosa e parte dello stesso nell'attività risk free è interessante verificare cosa accade al rendimento e al rischio del portafoglio, combinando questi due titoli con pesi differenti. Si supponga che una quota del portafoglio pari a X sia investita nel titolo privo di rischio e una quota pari a (1-X) nel titolo rischioso I. Il rendimento del portafoglio così costituito sarà dato da:

$$E(r_p) = X * E(r_f) + (1-X) * E(r_i)$$

Dove E(r_i) è il rendimento atteso del titolo rischioso mentre E(r_f) è il rendimento atteso del titolo privo di rischio.

Per quanto riguarda, invece, il calcolo del rischio di portafoglio, esso andrebbe calcolato alla stregua di quanto descritto nel paragrafo precedente considerando due attività rischiose, tenendo conto, in questo caso, che l'attività priva di rischio ha, per definizione, standard deviation pari a zero.

$$\sigma_p = \sqrt{0 + (1-X)^2 \times \sigma_i^2 + 0} = (1-X)\sigma_i$$

Da quanto appena enunciato è possibile comprendere come il rendimento e il rischio dell'intero portafoglio, costituito da attività rischiosa e attività risk free, crescano linearmente al crescere della quota investita in attività rischiosa (figura 9).

Analizzando il grafico in figura 9 è possibile definire l'equazione della retta rappresentata:

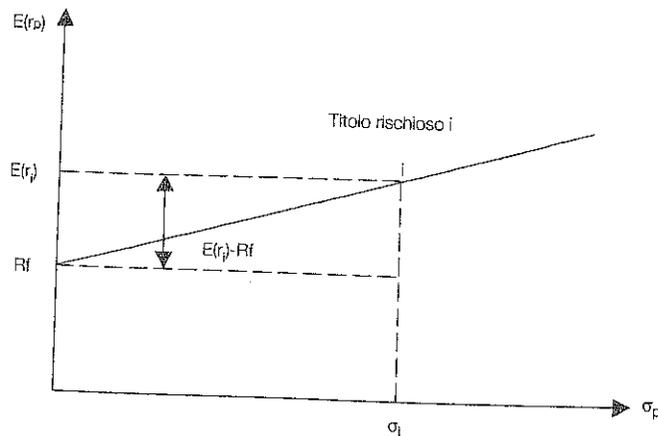
$$E(r_p) = r_f + \frac{E(r_i) - r_f}{\sigma_i} * \sigma_p$$

L'intercetta tra la retta e l'asse delle ordinate è rappresentata da r_f (rendimento dell'attività priva di rischio), mentre il coefficiente angolare, interpretabile come remunerazione aggiuntiva rispetto al risk free per ogni unità di rischio assunto, è rappresentato da:

$$\frac{E(r_i) - r_f}{\sigma_i}$$

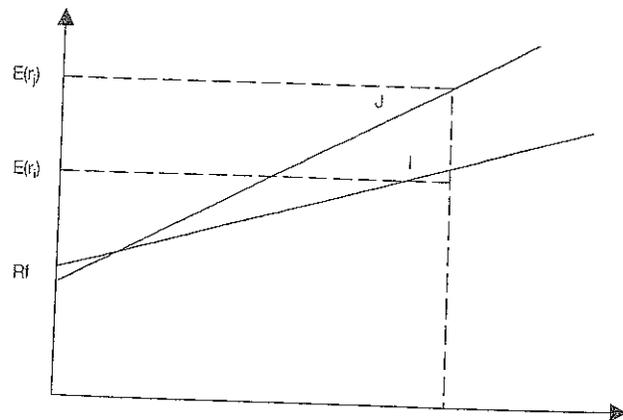
²³ Per maggiori approfondimenti sulla stima del tasso risk free si vedano i paragrafi successivi. Per quanto concerne, invece, le problematiche connesse al rischio di un'obbligazione si rinvia al capitolo 4.

Figura 9 - Il rapporto tra titolo rischioso e titolo privo di rischio



Combinando l'attività risk free con differenti titoli rischiosi, è possibile identificare quale sia la combinazione migliore del profilo rendimento-rischio. Questa sarà rappresentata dal titolo che offre la maggior remunerazione aggiuntiva rispetto al risk free per unità di rischio e quindi, graficamente dalla retta con il più elevato coefficiente angolare. Nella figura 10 è possibile evidenziare come la combinazione risk free titolo J sia più efficiente rispetto a quella con il titolo I.

Figura 10 - La combinazione tra due titoli rischiosi e il titolo privo di rischi



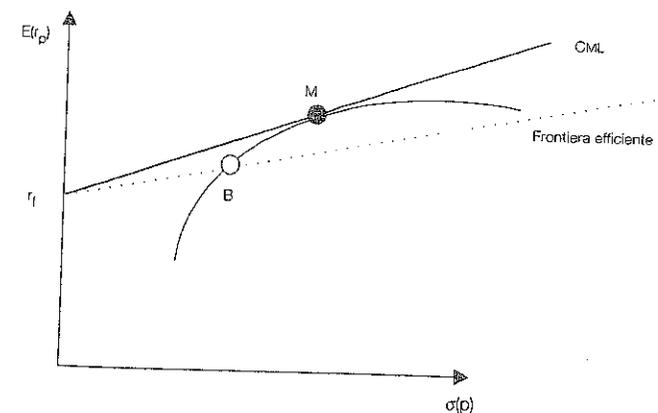
Verificando tramite il grafico quale sia il rendimento offerto dalle due combinazioni di risk free e titolo rischioso per un livello di rischio obiettivo predeterminato dall'investitore, è possibile affermare che il portafoglio J si rivela con la miglior combinazione di rischio-rendimento. Per uno stesso livello di rischio, σ , permette di ottenere un rendimento maggiore [$E(r_j) > E(r_i)$].

Lo stesso ragionamento che è stato effettuato con un singolo titolo può essere replicato con un insieme di portafogli.

Attraverso la frontiera efficiente di Markowitz l'investitore è in grado di identificare i portafogli rischiosi efficienti; pertanto, se si volesse determinare la più efficiente combinazione tra portafoglio rischioso e titolo risk free sarebbe necessario combinare ogni portafoglio della frontiera efficiente con l'attività priva di rischio. Il punto di tangenza tra la curva della frontiera efficiente e la retta con intercetta r_f identifica il portafoglio che domina sotto il profilo rischio-rendimento tutti gli altri. Tale portafoglio è definito Market Portfolio e la retta che unisce r_f al portafoglio M è definita *Capital Market Line* (CML) (figura 11). La CML, di conseguenza, rappresenta le possibili combinazioni tra il market portfolio e l'attività risk free e l'equazione che la rappresenta è la seguente:

$$E(r_p) = r_f + \frac{E(r_m) - r_f}{\sigma_m} * \sigma_p$$

Figura 11 - Il market portfolio e la capital market line (CML)

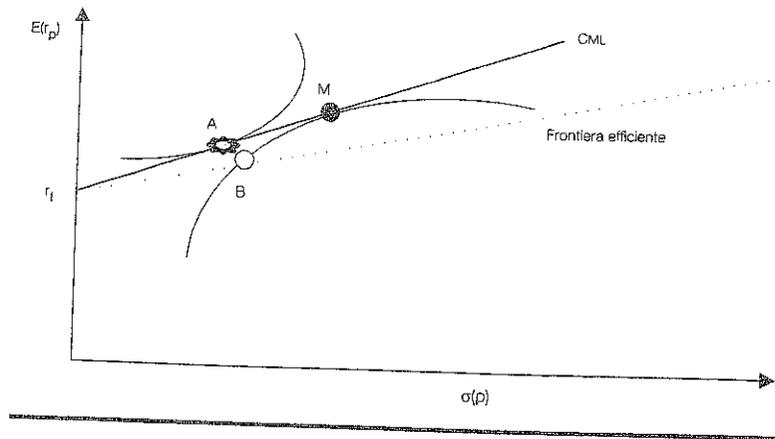


La CML identifica le combinazioni più efficienti tra portafoglio rischioso e attività priva di rischio, ossia le combinazioni che a parità di rischio offrono un maggiore rendimento o a parità di rendimento garantiscono il minor rischio. I portafogli che non si trovano sulla CML sono inefficienti. Si veda, ad esempio, il por-

tafoglio B della figura 11, per tale livello di rischio esiste un portafoglio sulla CML, dato dalla combinazione tra il market portfolio e l'attività priva di rischio, che offre un rendimento più elevato.

A differenza della frontiera efficiente il portafoglio rischioso ottimale è definibile a prescindere dalle esigenze dell'investitore; per tale ragione si parla di *separation theory*. Il portafoglio rischioso con la miglior combinazione di rischio/rendimento è il portafoglio M; le caratteristiche dell'investitore invece sono necessarie per capire quale sia per lui la miglior combinazione tra attività priva di rischio e portafoglio M, ossia dove collocarsi nel tratto della retta CML compreso tra M e r_f . Per assumere tale decisione ancora una volta si ricorre alle curve d'indifferenza dell'investitore: egli sceglierà il portafoglio identificato dal punto di tangenza tra la più alta curva d'indifferenza e la Capital market line. Nella figura 12 il portafoglio ottimale di sole attività rischiose è il portafoglio M, mentre il portafoglio ottimale per lo specifico investitore è dato dalla composizione tra portafoglio M e risk free identificato dal punto A.

Figura 12 - La scelta del miglior portafoglio per l'investitore A



1.4.2 La Security Market Line

Sulla scorta delle assunzioni del CAPM e di quanto presentato in riferimento alla creazione di portafogli composti da attività priva di rischio e attività rischiosa, è possibile determinare il rendimento atteso che gli investitori richiedono come compenso per sopportare qualsiasi livello di rischio sistematico - ossia non ulteriormente diversificabile tramite l'inserimento di nuovi titoli nel proprio portafoglio - associato a qualsivoglia attività in un mercato in equilibrio e per-

fettamente competitivo. Se il mercato è efficiente (offre il più alto rendimento atteso per un dato livello di rischio), ci deve essere una relazione lineare tra il rendimento atteso di ogni attività e il suo contributo al rischio di portafoglio.

In termini formali, la suddetta relazione può essere rappresentata nel seguente modo:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i * [E(r_m) - r_f] \quad (12)$$

Rendimento atteso del titolo i	=	Tasso privo di rischio (risk free)	+	Beta del titolo	*	Differenza tra il rendimento atteso del mercato e il tasso privo di rischio (equity risk-premium)
----------------------------------	---	------------------------------------	---	-----------------	---	---

In particolare, il parametro *beta*, che - come anticipato - rappresenta proprio la componente non diversificabile di rischio associata a qualsiasi titolo, misura la covarianza standardizzata tra il rendimento del titolo e il rendimento del mercato, fornendo dunque un'indicazione circa la reattività del rendimento di un singolo titolo rispetto a una variazione percentuale del rendimento del portafoglio di mercato. In termini più formali, il beta può essere espresso nel modo seguente

$$\beta_i = \sigma_{i,m} / \sigma_m^2 \quad (13)$$

dove:

$\sigma_{i,m}$ = covarianza tra il rendimento atteso del titolo i -esimo e il rendimento atteso del portafoglio di mercato

σ_m^2 = varianza del rendimento atteso del portafoglio di mercato.

Al riguardo, un risultato particolarmente importante è rappresentato dal fatto che il beta del portafoglio di mercato, ottenuto come media ponderata dei beta dei titoli presenti sul mercato, è 1, vale a dire:

$$\beta_m = \sum_{i=1,n} X_i \beta_i = 1 \quad (14)$$

dove:

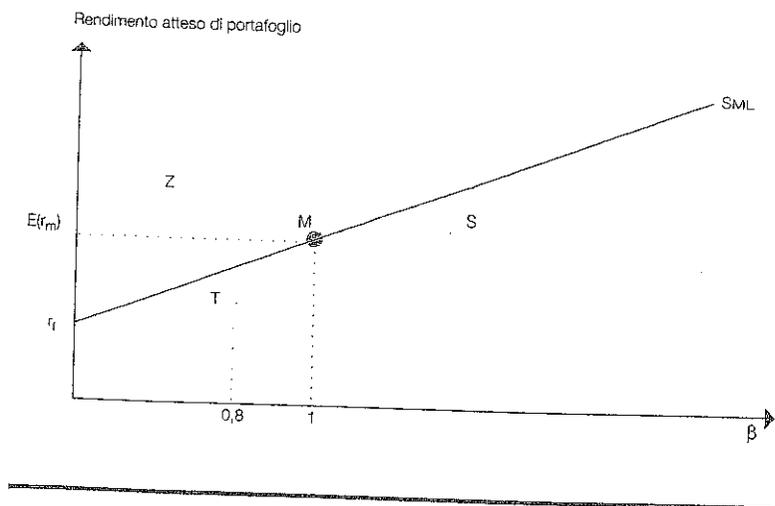
β_m = beta del portafoglio di mercato

X_i = quota del valore di mercato del titolo i rispetto alla capitalizzazione complessiva.

La (12) consente dunque di evidenziare che:

- a) se $\beta = 0$, allora $E(r_i) = r_f$. Poiché un titolo con beta pari a zero non ha rischio, il suo rendimento atteso dovrebbe essere pari al tasso privo di rischio;
- b) se $\beta = 1$, allora $E(r_i) = E(r_m)$. Se un titolo ha lo stesso rischio del portafoglio di mercato, appare ragionevole pensare che debba avere un rendimento atteso uguale a quello offerto dal portafoglio di mercato.

Figura 13 - La security market line (SML)



Il CAPM può essere espresso anche graficamente: la figura 13 evidenzia la relazione esistente tra rendimento atteso e beta di un singolo titolo. Come si può notare, postulare l'esistenza di una correlazione lineare positiva tra le variabili in questione significa che tutte le attività rischiose devono essere posizionate lungo la retta che passa per i punti r_f e M , il portafoglio di mercato, caratterizzato – come ormai acquisito – da un beta unitario. Questa retta è nota come linea di mercato degli investimenti (*Security Market Line*, SML). Come qualsiasi retta, la SML ha sia una pendenza sia un'intercetta (R_f , il tasso privo di rischio).

Poiché il beta di un titolo è riportato sull'asse delle ascisse, $[E(R_M) - R_f]$ rappresenta la pendenza della SML: ne consegue che la retta è positivamente inclinata se il rendimento atteso del mercato è maggiore del tasso privo di rischio. Un'implicazione importante del CAPM è che nessun titolo può rimanere, in equilibrio, al di sopra o al di sotto della SML. Si consideri, infatti, un titolo T con, ad esempio, un beta pari a 0,8. Questo titolo è rappresentato nella figura da un punto sotto la SML. Ma allora ogni investitore – sfruttando il fatto che, da un punto di vista statistico, il beta è un operatore lineare – potrebbe replicare il beta del titolo T costruendo un portafoglio composto per il 20% dall'attività priva di rischio e per l'80% da un titolo con un beta pari a 1. Tale portafoglio, tuttavia, si troverebbe sulla SML: in altre parole, il portafoglio così costruito "domina" il titolo T perché ha un rendimento atteso maggiore e lo stesso beta.

Consideriamo ora il titolo S , caratterizzato questa volta da un beta maggiore di uno. Anche questo titolo (o progetto di investimento) è sotto la SML nella figura 13. Ogni investitore potrebbe quindi replicare il beta del titolo S prendendo a prestito per investire in un titolo con un beta pari a 1. Anche questo portafoglio finirebbe con il trovarsi posizionato sulla SML, dominando perciò il titolo S . Poiché nessuno vorrebbe detenere né S né T , i prezzi delle due azioni devono diminuire. Questo aggiustamento dei prezzi farebbe aumentare i rendimenti attesi dei due titoli e continuerebbe così fino al raggiungimento della SML. Questi due esempi consideravano titoli con prezzo troppo alto, ma è chiaro che si potrebbe replicare il ragionamento appena sviluppato anche con riferimento a titoli con prezzo troppo basso: è il caso, ad esempio, del titolo Z , che offre un rendimento atteso maggiore rispetto a quello offerto da portafogli con rischio analogo posizionati sulla SML. Chiaramente questo provocherebbe un eccesso di domanda per il titolo Z che, in ultima analisi, porterebbe all'aumento del suo prezzo fino a che il rendimento atteso non abbia raggiunto la SML.

Occorre ricordare inoltre che, essendo il portafoglio di mercato un'attività rischiosa (con beta unitario), la teoria, confermata del resto dall'evidenza empirica, suggerisce che il suo rendimento atteso debba essere necessariamente superiore al tasso privo di rischio. Possiamo anzi considerare la differenza tra il rendimento atteso del portafoglio di mercato e il tasso privo di rischio come un vero e proprio premio al rischio che gli investitori richiedono per investire le loro risorse in un'attività caratterizzata da un beta diverso da zero. Viceversa, solo per gli investimenti caratterizzati da un beta nullo gli investitori si aspettano una remunerazione pari al tasso privo di rischio (risk free).

Il messaggio dovrebbe dunque essere chiaro: il rendimento atteso di un titolo (o portafoglio o progetto di investimento) dipende positivamente e linearmente dal suo beta, che misura il contributo del titolo medesimo al rischio di un portafoglio ampiamente diversificato.

Fin qui si è proceduto alla descrizione delle ipotesi, della struttura e delle implicazioni del modello più usato per la determinazione del tasso di rendimento richiesto dagli individui per effettuare un investimento in attività rischiose: il CAPM. Il paragrafo seguente sarà dedicato all'esame dei problemi, di natura sia concettuale sia applicativa, e delle relative soluzioni utilizzabili per la stima di ogni elemento di cui si compone il CAPM: la scelta del tasso risk free, la definizione del premio al rischio ($E(r_M) - r_f$) e la determinazione dei beta.

1.5 La stima del tasso di rendimento privo di rischio

1.5.1 Il concetto di risk free rate: cenni

La prima problematica che concretamente si pone nell'applicazione del CAPM riguarda come pervenire a una corretta configurazione di "tasso di rendimento privo di rischio" da inserire nel modello di pricing in questione.

Al riguardo, occorre sempre tenere ben presente che, nel linguaggio della teoria della finanza, per attività priva di rischio si intende un investimento il cui rendimento atteso è caratterizzato da varianza nulla: i rendimenti attuali di volta in volta conseguiti sono dunque sempre coincidenti con quelli attesi.

Sono due le condizioni che garantiscono che un'attività possa essere considerata come risk free, ossia priva di rischio²⁴. In primo luogo, deve essere caratterizzata da assenza di rischio di insolvenza (*default risk*); ciò significa escludere dalla categoria qualsiasi titolo emesso da imprese private (*corporate security*), dal momento che anche le società più consolidate e stabili non sono esenti, in linea teorica, dalla possibilità di fallimento e dunque dall'incapacità di far fronte ai propri obblighi di rimborso delle passività in essere. Le sole attività che possono essere considerate prive di rischio sono rappresentate dai titoli di Stato, non perché – si badi bene – i singoli governi nazionali siano gestiti meglio delle imprese, quanto piuttosto perché i primi avevano, in passato, la possibilità di stampare moneta (cosiddetto “potere di signoraggio”), mentre oggi si può affermare che tale stabilità possa essere garantita dalle banche centrali. Ciò significa che, almeno in termini nominali, essi dovrebbero essere sempre in grado di far fronte ai propri impegni di pagamento. Naturalmente, una simile argomentazione è riferibile solo a un sottoinsieme abbastanza limitato di paesi, quelli cioè caratterizzati da una maggiore stabilità e credibilità dal punto di vista sia economico sia politico; in pratica, si tratta di fare riferimento a quelle emissioni governative cui le più note società produttrici di informazione economica attribuiscono la più elevata classe di rating: ad esempio, “AAA” nel caso di Standard & Poors e “Aaa” nel caso di Moody's.

In secondo luogo, un'attività risk free deve essere caratterizzata da assenza di rischio di reinvestimento. Quest'ultima tipologia di rischio si genera nel caso di titoli che producono dei flussi cedolari periodici che devono essere reinvestiti fino al raggiungimento della scadenza delle attività medesime; il problema è che non è affatto noto in anticipo quale sarà il futuro tasso di rendimento al quale fare riferimento per capitalizzare i flussi di reddito generati da un Btp, ad esempio decennale, dopo sei mesi, oppure un anno. Il reinvestimento delle cedole implica il dover accettare una certa aleatorietà che, per definizione, contrasta con le ipotesi alla base della definizione di attività priva di rischio.

Questo spiega perché è ormai ampiamente accettato a livello teorico il fatto che il tasso risk free relativo a un periodo futuro di n anni dovrebbe essere costituito dal rendimento atteso da un titolo di Stato zero coupon (senza cedola) con scadenza a n anni. L'implicazione immediata per chiunque si trovi a dover effettuare una valutazione sulla base di una metodologia di stampo finanziario, nell'ambito della quale è imprescindibile il riferimento a orizzonti temporali pluriennali, è che bisognerebbe stimare un singolo tasso risk free per ogni singolo

²⁴ Cfr. Damodaran (1999).

periodo, il che finirebbe per portare, ovviamente, a una pluralità di tassi di attualizzazione cui scontare i vari flussi di cassa previsti di anno in anno²⁵.

Nella pratica, come si vedrà nel paragrafo successivo, ciò significa fare riferimento ai tassi spot incorporati nella struttura a termine dei tassi di interesse (o curva dei tassi a termine o, ancora, *term structure*).

1.5.2 Criteri alternativi di determinazione del tasso di rendimento privo di rischio

Nonostante si sia appena argomentato come, da un punto di vista puramente teorico, sarebbe preferibile prendere in considerazione una pluralità di tassi risk free in sede di determinazione del costo del capitale proprio, così da rendere coerente la scadenza del particolare titolo governativo utilizzato con il periodo di manifestazione del flusso di cassa, ci sono una serie di ragioni di ordine pratico che spesso giustificano il riferimento ad altre possibili strade per la stima del tasso di rendimento privo di rischio.

In estrema sintesi, sono dunque tre le possibili varianti in questa sede proposte per la determinazione del tasso risk free:

- il riferimento al rendimento dei titoli di Stato a breve termine;
- il riferimento al rendimento dei titoli di Stato a lungo termine;
- il riferimento ai tassi a pronti (spot) incorporati nella curva dei rendimenti.

È subito il caso di premettere come la scelta di una delle tre possibili varianti sconti una ben precisa scelta di campo da parte del valutatore dato che per ognuna di esse sono eccipienti una serie di argomentazioni, tutte dotate di una indubbia validità da un punto di vista meramente economico.

Al riguardo, infatti, il ricorso al primo approccio, che utilizza quale tasso risk free il rendimento effettivo di un titolo di Stato a breve termine – nella realtà italiana, tipicamente, un Bot con scadenza semestrale o annuale – può essere giustificato sulla base di un duplice ordine di considerazioni: in primo luogo, il CAPM è essenzialmente un modello uniperiodale, e pertanto non tiene conto adeguatamente dell'impatto provocato sulle decisioni di investimento da altre possibili fonti di rischio oltre, naturalmente, alla variabilità dei rendimenti generati nel corso dell'unico periodo considerato da una data attività finanziaria, come, ad esempio, l'aleatorietà nei redditi futuri che sarà possibile conseguire successivamente al periodo in questione o, ancora, l'aleatorietà nelle opportunità di investimento che il mercato finanziario offrirà in futuro²⁶. In un contesto di fatto “a-

²⁵ Scrive al riguardo Damodaran (1999): “A purist's view of risk free rates would then require different risk free rates for each period, and different expected returns [...]”.

²⁶ Da un punto di vista teorico, le suddette considerazioni hanno portato all'elaborazione di modelli di pricing delle attività finanziarie in contesti multiperiodali: l'*Intertemporal CAPM* e il *Consumption CAPM*. Si rimanda alla letteratura specializzata per una trattazione approfondita di questi modelli dato che, al momento, non hanno ancora portato a delle operationalizzazioni tali da produrre formulazioni/algoritmi agevolmente utilizzabili dalla prassi professionale nell'ambito delle operazioni di merchant banking. Cfr. Elton, Gruber (1995).

temporale” – si sostiene – non è pertanto rilevante, ai fini pratici, soffermarsi più di tanto sulla scadenza temporale del titolo di Stato da scegliere come proxy dell’attività risk free. In secondo luogo, coloro che utilizzano i tassi di rendimento dei Bot ai fini della determinazione del tasso privo di rischio si basano sull’assunto che i tassi di rendimento a breve termine correnti possano considerarsi un’approssimazione accettabile dei tassi di rendimento a breve futuri.

La controindicazione più evidente all’utilizzo di tale approccio è costituita, come facilmente intuibile, dall’evidente incoerenza cui si andrebbe incontro nello scontare flussi di cassa suscettibili di manifestarsi nel medio-lungo periodo con tassi di attualizzazione facenti riferimento essenzialmente al breve termine. Per di più, l’evidenza che la curva dei rendimenti²⁷ raramente abbia una pendenza nulla – riscontrabile presso la maggior parte dei mercati finanziari – costituisce di per sé un segnale piuttosto chiaro del fatto che è difficile pensare che i tassi a breve termine futuri coincidano con i tassi a breve attuali.

Il secondo approccio che, come detto, utilizza come rendimento delle attività prive di rischio il tasso di rendimento effettivo a scadenza (TRES) dei titoli di Stato a lungo termine – in Italia, tipicamente, i Btp – fa leva sulle seguenti argomentazioni:

- la scelta di un appropriato titolo del Tesoro consente di conseguire una perfetta coerenza tra orizzonte temporale dell’attività/impresa da valutare e scadenza del titolo risk free;
- l’utilizzo di un titolo governativo a lungo termine è coerente – come si vedrà – anche con la durata degli intervalli temporali utilizzati per la stima degli altri parametri alla base della formulazione del CAPM, vale a dire il beta e il premio al rischio;
- il tasso di rendimento dei Btp, normalmente calcolato come media geometrica dei futuri tassi a breve attesi nell’arco dell’orizzonte temporale di riferimento, approssima piuttosto bene l’andamento della maggior parte delle curve dei rendimenti osservate sui più efficienti mercati dei capitali.

Come non sarà certo sfuggito al lettore più attento, l’ultima argomentazione fornisce anche lo spunto per evidenziare un significativo punto di debolezza connesso all’approccio in questione. È chiaro, infatti, che qualora l’inclinazione della term structure presenti andamenti anomali e, comunque, significativamente divergenti rispetto al proprio trend storico, i rendimenti dei Btp non sono in grado di rappresentare fedelmente la dinamica dei tassi a breve attesi incorporati nella curva dei rendimenti. Inoltre, una seconda controindicazione derivante dall’utilizzo dei titoli di Stato a lungo termine per la stima del tasso privo di rischio è rappresentata dal fatto che, essendo i Btp delle obbligazioni con cedola, il loro tasso di rendimento è ovviamente influenzato anche da variazioni nel valore delle cedole medesime. Sulla scorta di un simile ragionamento, appare dunque chiaro come l’utilizzo di Btp non garantisca l’ottenimento di una misura del tutto soddisfacente della relazione tra rendimento e scadenza, proprio per il fatto che titoli

²⁷ Si veda a riferimento il capitolo 4.

diversi, ma con pari scadenza, possono avere rendimenti diversi, in funzione del valore della cedola e, quindi, del loro prezzo. Anche per tale motivo, gli operatori nel comparto dei titoli pubblici hanno creato degli zero-coupon bond mediante la procedura nota come *coupon stripping*²⁸, che consiste nello “stacco” dei flussi cedolari prodotti da un Btp dal relativo valore capitale, così da poter effettivamente ricavare la famiglia dei tassi a pronti teorici che dà vita alla term structure. Qualora, peraltro, risulti impossibile ricorrere a obbligazioni a cedola nulla, si può comunque utilizzare una modalità alternativa di derivazione dei tassi a pronti dai titoli con cedola, anche se, in tal caso, la procedura risulta più laboriosa²⁹.

Il terzo approccio di determinazione del tasso risk free, infine, fa direttamente riferimento ai tassi spot futuri incorporati nella curva dei rendimenti. Si tratta, come anticipato nel paragrafo precedente dell’approccio più corretto da un punto di vista teorico in quanto consente di scontare ciascun flusso di cassa prospettico con un tasso corrispondente al relativo periodo di manifestazione.

A controbilanciare la maggior rigosità, da un punto di vista prettamente teorico, dell’approccio in questione, vi è la maggior complessità di calcolo che non sempre può essere sopportata dall’investitore e/o dall’analista chiamato a effettuare le valutazioni.

1.6 La stima dell’equity risk premium

1.6.1 Generalità

Il secondo elemento necessario ai fini della determinazione del tasso di rendimento di un’attività rischiosa attraverso l’approccio offerto dal CAPM risulta, come visto, il calcolo del premio al rischio espresso dal mercato. Tale grandezza dovrebbe fornire un’indicazione di quanto gli investitori, in media, domandano in aggiunta rispetto al tasso risk free per accettare di investire nel portafoglio di mercato.

La significatività del calcolo condotto risulta influenzata da tre ordini di fattori, la cui comprensione appare essenziale ai fini di una corretta determinazione del risultato finale.

In particolare:

- deve essere esplicitata la natura del *market portfolio* utilizzato nell’analisi;
- in secondo luogo, deve essere determinato il criterio di normalizzazione dei rendimenti adottato (media geometrica o aritmetica);
- infine, deve essere valutata l’ampiezza ottimale dell’intervallo temporale di riferimento lungo il quale condurre l’analisi.

Prima di soffermarsi su tali punti, sembra opportuno sottolineare un aspetto

²⁸ Per maggior approfondimento si veda il capitolo 4.
²⁹ Cfr. Fabozzi (2001).

che, tra l'altro, vuole aiutare il lettore a non perdere mai di vista l'intrinseca connessione esistente sia tra gli elementi alla base del CAPM sia, conseguentemente, tra i diversi paragrafi del presente capitolo. In pratica, la particolare configurazione di tasso risk free utilizzata ai fini del calcolo del premio al rischio deve essere omogenea con quella utilizzata ai fini del calcolo del costo del capitale. Ciò significa che se, per un qualche ragionevole motivo, si è optato per il tasso di rendimento dei Bot (T-Bill, nel caso degli Stati Uniti) come proxy del tasso privo di rischio, è tale tasso che occorre sottrarre al rendimento del portafoglio di mercato nel calcolo del premio al rischio. D'altra parte se - come per lo più accade - si decide di far riferimento al tasso di rendimento di un titolo governativo a lungo termine (Btp, in Italia, o T-Bond negli Stati Uniti), l'equity risk premium deve essere calcolato relativamente a quest'ultimo tasso.

1.6.2 La scelta dell'indice di mercato

La derivazione originale del modello di equilibrio sul mercato delle attività finanziarie, come visto, prevede che tutti gli investitori allochino parte della propria ricchezza, in misura proporzionale alle proprie scelte di consumo (cosiddetta *asset allocation*), nel "portafoglio di mercato", ove con questo termine si fa riferimento all'insieme di tutte le attività rischiose presenti sul mercato (non solo perciò titoli finanziari ma anche immobili, beni preziosi, opere d'arte, ecc.), ponderate per il proprio peso relativo sul totale delle attività medesime. Nel momento in cui da una definizione teorica di tale concetto è necessario pervenire a una sua traduzione pratica, è immediato constatare come di tale concetto sia disponibile solamente una proxy data dal portafoglio di titoli azionari scambiati presso il mercato dei capitali afferente l'area geografica oggetto di analisi³⁰.

Una prima ragionevole approssimazione per la stima del rendimento di mercato, dunque, potrebbe essere data dal rendimento offerto dall'indice rappresentativo di tutte le azioni trattate sul mercato in esame; si pensi, ad esempio, al MIBTEL con riferimento al caso italiano. Tale approccio, tuttavia, per quanto teoricamente ineccepibile, pone dei sostanziali problemi in termini di: trattazione di una mole di informazioni tanto più elevata quanto più risulta sviluppato il mercato; tasso di rotazione delle imprese al suo interno, da cui discende la non confrontabilità nel tempo dei risultati da tali valori estratti.

Al fine di aggirare l'ostacolo è possibile ricorrere a una ulteriore approssimazione. In luogo dell'indice di mercato calcolato sul paniere complessivo di titoli è possibile ricorrere a un suo sottoinsieme rappresentato da indici sintetici, i più noti dei quali sono riportati nella tavola 1³¹.

³⁰ Si rifletta, al riguardo, sul fatto che sarebbe impossibile costruire degli indici composti anche da attività reali, per la maggior parte delle quali non si può disporre di quotazioni giornaliere, settimanali o mensili.

³¹ Il numero associato agli indici in questione riflette la quantità di titoli che compongono il paniere su cui sono calcolati i medesimi.

Tale procedura, del resto, risulta avallata anche dalla elevatissima correlazione (superiore sempre a 0,9) espressa da tali indici rispetto al mercato del quale ne costituiscono la proxy.

Tavola 1 - Principali indici azionari nazionali e internazionali

Città	Indice	Città	Indice
Francoforte	FDAX 30	New York	S&P 500
Londra	FTSE 100	New York	Dow Jones 30
Madrid	IBEX 35	Parigi	CAC 40
Milano	S&P Mib40	Tokyo	Nikkei 225

Particolare cautela deve comunque essere posta nella definizione dei criteri di costruzione e revisione dell'indice considerato. Alcuni indici risultano infatti costituiti da un paniere di titoli costante nel tempo in termini di composizione. Tale caratteristica, se da un lato ne rende eccellente la confrontabilità nel tempo, dall'altro ne inficia la validità sia in termini di rappresentatività e realismo rispetto alle dinamiche di mercato (la selezione può perdere quella capacità di "sintetizzare" adeguatamente un dato mercato azionario che aveva al momento della sua definizione), sia in termini di efficacia allorché titoli inseriti al suo interno cessino di esistere come titoli quotati e debbano perciò essere sostituiti.

All'estremo opposto, troviamo quei panieri costruiti in maniera tale da riflettere continuamente i titoli a capitalizzazione maggiore presenti in una data economia. È chiaro che, quanto più aderente al reale si propone di essere ciascuno di tali indici, tanto più frequenti dovranno necessariamente essere le revisioni del paniere sottostante, con il rischio, però, di introdurre una variabilità tale da ridurne considerevolmente il valore informativo, rendendo ad esempio impossibile effettuare confronti intertemporali.

La scelta della proxy è dunque una decisione di estrema delicatezza che, sebbene non problematica dal punto di vista operativo, richiede l'esplicitazione delle ipotesi poste alla base dei criteri di selezione.

Particolare cura, inoltre, bisogna dedicare al fine di non commettere l'errore di utilizzare, nel calcolo del premio al rischio, dati relativi a mercati azionari diversi da quello di appartenenza dell'attività o azienda da valutare. Occorre infatti considerare come l'entità del premio al rischio dipenda fortemente dal contesto geografico di riferimento.

In particolare, è possibile isolare tre determinanti fondamentali dell'ampiezza di tale premio:

- la *rischiosità dell'economia sottostante*: i premi per il rischio saranno maggiori in quelle economie che presentano maggior volatilità. Quindi, i premi per i mercati emergenti saranno più ampi dei premi per i mercati già sviluppati;
- il *rischio politico*: i premi per il rischio saranno maggiori in quei mercati in cui esiste una potenziale instabilità politica che, a sua volta, si traduce in instabilità economica;

c) *la struttura del mercato*: ci sono alcuni mercati nei quali il premio per il rischio per l'investimento in azioni è più basso perché le aziende quotate sono più grandi, diversificate e stabili (ad esempio, la Germania). In generale, quando le aziende più piccole e rischiose ottengono la quotazione, il premio medio per il rischio dell'investimento azionario aumenta.

Il problema che si può porre all'analista, tuttavia, è rappresentato dalla difficoltà nella scelta di un appropriato indice di mercato qualora si stiano valutando multinazionali o aziende che, in ogni caso, svolgono la maggior parte della propria attività oltre confine. Tale problematica risulta ancora più seria quando sia necessario calcolare premi al rischio relativi a mercati poco maturi, altamente volatili e scarsamente liquidi, in cui la quantità di aziende quotate è solo una piccola percentuale del totale di aziende in essere.

Anche in questo caso, come già fatto trattando di stima del tasso risk free, si ritiene opportuno prospettare alcuni suggerimenti operativi, utili per consentire di superare gli ostacoli sopra riportati nella maniera più rigorosa possibile.

Una prima strada da seguire potrebbe essere il riferimento a indici azionari "globali", vale a dire, indici che fanno diretto riferimento a panieri composti da titoli quotati in più mercati azionari. La più nota categoria di indici di tal genere è quella prodotta e aggiornata costantemente da *Morgan Stanley Capital International* (Msci); in particolare, il *Msci World Index* è stato ottenuto a partire da una media dei valori medi negoziati mensilmente per le principali aziende quotate nella totalità dei paesi industrializzati – ponderata per la relativa capitalizzazione di mercato – avendo cura di garantire una piena rappresentatività a tutti i settori industriali.

La difficoltà maggiore che sorge nell'utilizzo degli indici in questione è legata al fatto che non sono disponibili dati tali da generare serie storiche sufficientemente ampie, così da consentire – come si vedrà – di minimizzare gli errori statistici associati alla stima dell'equity risk premium.

Una seconda opzione, proposta da Damodaran (1999), parte dal presupposto che sia possibile calcolare per i mercati poco maturi e altamente volatili un "premio-paese" (*country risk premium*) capace di riflettere l'extrarischio scaturito da un investimento in uno dei mercati in questione, che andrebbe così a integrare il "premio-base" garantito da investimenti in mercati azionari maturi. In altre parole, ciò significa che, con riferimento a qualsiasi mercato azionario, il premio al rischio può essere definito nel modo seguente:

$$\text{Equity risk premium} = \text{premio-base} + \text{premio-paese} \quad (15)$$

È subito il caso di precisare come sia tuttora ampiamente dibattuta in letteratura la possibilità stessa di calcolare il premio al rischio nella maniera fin qui descritta: vi sarebbe infatti chi sostiene che il rischio paese è diversificabile e, dunque, completamente inesistente in portafogli globali ben diversificati. Ciò, d'altra parte, implicherebbe una totale assenza di correlazione tra i rendimenti caratterizzanti i mercati azionari dei diversi paesi, ipotesi che, anche a una non troppo attenta osservazione dell'andamento delle principali borse internazionali, appare tutt'altro che realistica. Si pensi al fatto che una correlazione positiva

tra due mercati potrebbe manifestarsi semplicemente per via di una comune dipendenza dei medesimi da un fattore di rischio sistematico globale (ad esempio, la volatilità nella quotazione del prezzo del petrolio). La conseguenza più immediata di un simile ragionamento è che una quota significativa di rischio paese sembrerebbe avere natura "sistematica" e, dunque, impossibile da neutralizzare attraverso la diversificazione internazionale dei portafogli.

Detto questo, è chiaro che l'applicazione della metodologia sotto analisi richiede che vengano compiuti i seguenti passi³²:

a) *misura del rischio paese*. Solitamente, la soluzione più praticabile consiste nel far ricorso al rating assegnato al debito emesso da un determinato paese. Nonostante il rating, come noto, misuri il rischio di insolvenza – piuttosto che il rischio derivante da un investimento azionario – esso è tuttavia influenzato da una molteplicità di fattori che sono alla base anche dell'equity risk: stabilità politica, forza della valuta domestica, saldo della bilancia dei pagamenti, regolamentazione dei mercati finanziari, ecc. Il rating consente l'attribuzione di un *country default spread*, che si può dunque considerare una proxy più che accettabile del rischio paese³³;

b) *stima del premio paese*. Il passo successivo consiste nel passaggio dalla misura di rischio appena calcolata al premio al rischio da utilizzare nell'ambito del metodo in questione. In proposito, occorre tenere bene a mente che l'equity risk premium da determinare dovrebbe essere maggiore del country default spread appena individuato, a motivo del fatto che il mercato azionario di un dato paese è solitamente più volatile del relativo mercato obbligazionario. Una soluzione per ricavare il premio-paese ricercato potrebbe essere pertanto la seguente:

$$\text{Premio-paese} = \text{country default spread} \times \left(\frac{\sigma_{\text{Mkt azionario}}}{\sigma_{\text{Mkt obbligaz.}}} \right) \quad (16)$$

Come si può facilmente notare, il premio paese aumenta al peggiorare del rating o al crescere della volatilità del mercato azionario. Vale la pena inoltre segnalare come la dimensione del premio non sia insensibile alla durata dell'orizzonte temporale di riferimento, per via dell'effetto indiretto prodotto sulle stime delle volatilità;

c) *stima dell'esposizione dell'asset da valutare al rischio paese*. L'ultimo passaggio da completare ai fini dell'ottenimento di una misura alternativa di premio al rischio nel caso di mercati poco maturi consiste nella formulazione di un giudizio circa l'esposizione di un'azienda appartenente a un dato paese al rischio specifico di quel medesimo paese, così da determinare la percentuale del country risk premium da aggiungere al premio-base che, come detto, fa riferimento ai mercati maturi. Un criterio più che ragionevole potrebbe essere quello di prendere in considerazione la percentuale di ricavi proveniente dal

³² Per approfondimenti sulla definizione di rischio paese si veda il capitolo 4.

³³ Il processo tramite il quale sono ottenuti i rating relativi ai vari paesi è descritto sul sito di S&P, alla pagina web: www.ratings.standardpoor.com/criteria/index.htm.

paese d'origine sul totale del fatturato realizzato dall'azienda oggetto di stima. Ciò implica che, indicando con λ la percentuale in questione, il costo del capitale (k_e) può essere determinato sulla base della seguente formulazione:

$$k_e = r_f + \beta(\text{premio-base}) + \lambda(\text{premio-paese}) \quad (17)$$

1.6.3 Il processo di normalizzazione dei rendimenti

Il CAPM generalmente definisce il premio al rischio come la differenza aritmetica tra rendimenti medi offerti dal portafoglio di mercato e rendimenti medi offerti dall'attività risk free.

Se tale concetto appare semplice, meno semplice sembra essere la scelta del modello di calcolo del rendimento medio.

In particolare, risulta economicamente significativa, e quindi rilevante in termini di definizione del risultato, la scelta tra il criterio della media aritmetica e il meno intuitivo approccio offerto dalla media geometrica.

Come noto, la media aritmetica (MA) fornisce il valore più rappresentativo - e più facilmente interpretabile - di una serie di rendimenti annuali tra loro indipendenti, mentre la media geometrica (MG) misura il rendimento composto prodotto da una serie di rendimenti annuali³⁴.

È subito il caso di precisare come la teoria e la prassi finanziarie non diano una risposta univoca in merito al criterio ottimale da adottare. Se da un lato, infatti, alcuni importanti contributi hanno dimostrato l'esistenza di una correlazione negativa tra i rendimenti azionari nel corso del tempo³⁵, il che contraddice chiaramente l'ipotesi di indipendenza statistica alla base del calcolo del rendimento atteso mediante la media aritmetica, dall'altro lato occorre comunque tener presente la maggiore complessità caratterizzante il calcolo della media geometrica.

Siccome la metodologia della media geometrica tendenzialmente sottorappresenta il valore stimato rispetto all'approccio della media aritmetica, la scelta del criterio deve essere sempre condotta avendo come riferimento l'obiettivo per il quale si procede al calcolo e le specificità dei due differenti approcci. In particolare, è possibile definire alcune proprietà dei due operatori statistici che possono essere tenute in considerazione al momento della scelta (tavola 2).

³⁴ In termini formali, data una serie di rendimenti annuali r_t , facenti riferimento a un intervallo temporale della durata di n anni, è possibile calcolare la media aritmetica e la media geometrica nel modo seguente:

$$M_A = \frac{\sum_{t=1}^n r_t}{n}; \quad M_G = \left[\prod_{t=1}^n (1 + r_t) \right]^{1/n} - 1$$

³⁵ Cfr. Lo, MacKinlay (1988); Elton, Gruber (1995).

Tavola 2 - Media aritmetica e media geometrica

Media aritmetica	Media geometrica
È maggiormente omogenea con il contesto media-varianza tipico del CAPM	È espressiva di un rendimento composto (comprensivo in tal caso di reinvestimenti)
È uno stimatore più affidabile del rendimento di breve periodo (tipicamente considerando i singoli periodi come indipendenti tra di loro)	È uno stimatore più affidabile del rendimento di lungo periodo
È maggiormente coerente con contesti di analisi di performance	È maggiormente coerente con contesti di valutazione di imprese/investimenti nei quali l'orizzonte è tipicamente di lungo periodo

1.6.4 La determinazione del periodo di riferimento

In linea di principio, più esteso è il periodo di riferimento, maggiore è la possibilità di depurare l'analisi da effetti distortivi di breve periodo indipendenti rispetto alla dinamica di formazione dei risultati dell'impresa sottostante il titolo in esame.

D'altra parte, allorché la durata del periodo aumenta, anche la possibilità che le condizioni di mercato, in presenza delle quali si sono formati i rendimenti passati, non abbiano più significato si accresce (a causa dell'evoluzione del quadro competitivo, della modificazione degli schemi di consumo, delle modificazioni di variabili macroeconomiche rilevanti, ecc.).

A livello pratico, le considerazioni sopra riportate si traducono in una serie di procedure di calcolo caratterizzate dal fatto che ognuna fa riferimento a un ben determinato orizzonte temporale di riferimento: si va da chi utilizza periodi di oltre 50 anni a chi, invece, determina l'equity risk premium sulla base di intervalli temporali della durata di 25, 10 o addirittura 5 anni. La giustificazione addotta dai sostenitori dell'opportunità di riferirsi a orizzonti temporali brevi si basa sul fatto che è da ritenersi poco probabile che l'avversione al rischio dell'investitore medio non muti nel corso del tempo: l'utilizzo di periodi brevi consentirebbe, quindi, di avere a disposizione stime più aggiornate e coerenti. Il rovescio della medaglia è tuttavia costituito dall'elevato costo associato all'utilizzo di periodi brevi, che è rappresentato essenzialmente dalla maggiore rilevanza dei "disturbi statistici" (noises) associati alla stima del premio al rischio e, dunque, dalla minore significatività di quest'ultimo. A titolo esemplificativo, dato uno scarto quadratico medio di circa il 20% nei rendimenti azionari espressi tra il 1928 e il 1999 dal mercato statunitense, la tavola 3 mostra come varia l'errore standard caratterizzando la stima del premio al rischio al variare della durata dell'orizzonte temporale di riferimento.

Come si può notare, se si vuole minimizzare l'errore standard associato alla stima sono consigliabili periodi temporali piuttosto lunghi; in caso contrario, si

Tavola 3 - Relazione tra errore standard e durata dell'orizzonte di stima

Periodo di riferimento	Errore standard associato alla stima del premio al rischio
5 anni	$20\%/\sqrt{5} = 8,94\%$
10 anni	$20\%/\sqrt{10} = 6,32\%$
25 anni	$20\%/\sqrt{25} = 4,00\%$
50 anni	$20\%/\sqrt{50} = 2,83\%$

corre il rischio di introdurre nella valutazione errori standard di dimensione simile, in valore assoluto, a quella del premio al rischio medesimo, minando sensibilmente la significatività dell'intero procedimento di stima.

Per tali ragioni non dovrebbe risultare difficile comprendere come un aspetto intrinsecamente connesso alla scelta della durata dell'orizzonte temporale di riferimento sia rappresentato dalla determinazione della periodicità di rilevazione delle osservazioni.

Al riguardo, posto che al crescere del numero di osservazioni cresce la significatività della stima, è possibile affermare che, a fronte di una mole di dati poco gestibile qualora si adotti una periodicità giornaliera, una soluzione accettabile risulta essere costituita dal riferimento a osservazioni a cadenza settimanale.

Da escludersi, perlomeno sugli orizzonti più brevi, la rilevazione mensile, la quale porta alla costruzione di un campione decisamente sottorappresentato e poco significativo.

In conclusione, allo scopo di evidenziare come ognuno degli elementi discussi fino a ora - scelta del tasso risk free, calcolo della media aritmetica o geometrica dei rendimenti azionari, durata dell'orizzonte temporale di riferimento - influisca sulla dimensione dell'equity risk premium, la tavola 4 riporta una serie di premi al rischio, calcolati facendo riferimento ai dati forniti da Ibbotson Associates relativamente al mercato statunitense³⁶.

Tavola 4 - Stime di premi al rischio

Periodo temporale	$R_{\text{Port.Mkt}} - R_{\text{T-Bills}}$		$R_{\text{Port.Mkt}} - R_{\text{T-Bonds}}$	
	Media aritmetica	Media geometrica geometrica	Media aritmetica	Media geometrica
1928-1999	8,73%	6,96%	7,63%	6,05%
1962-1999	6,97%	5,89%	6,06%	5,36%
1990-1999	13,29%	16,12%	10,97%	13,16%

Fonte: Ibbotson Associates (2000).

³⁶ Cfr. www.ibbotson.com.

1.7 La stima del parametro beta

1.7.1 La stima dei beta tramite analisi di regressione

Come si è ampiamente avuto modo di sottolineare in precedenza, nell'ambito del CAPM riveste una fondamentale importanza il coefficiente beta, dal momento che sintetizza l'unico rischio "rilevante", e dunque "prezzabile", caratterizzante un dato investimento reale o finanziario. Si è altresì evidenziato come, da un punto di vista numerico, il beta sia la risultante di un quoziente che vede a numeratore la covarianza tra il rendimento atteso del particolare asset da valutare e il rendimento atteso del portafoglio di mercato e, a denominatore, la varianza del rendimento atteso del portafoglio di mercato medesimo. Ciò implica che, a un dato istante, non è mai possibile conoscere con esattezza l'entità del beta caratterizzante un dato titolo: al massimo si può cercare di stimare tale parametro. Solo il confronto tra i beta stimati su di un certo arco temporale futuro e i beta effettivamente realizzati in quel medesimo orizzonte di riferimento - calcolabili, dunque, ex post - potrà fornire una misura precisa della bontà della previsione implicita nella stima effettuata.

In pratica, il procedimento più usato per la stima dei beta consiste nel "regredire" i rendimenti storici dell'attività da valutare (R_j) sui rendimenti realizzati, nello stesso arco temporale, da un indice di mercato utilizzato come proxy del portafoglio di mercato (R_M). Ciò significa, in altri termini, far riferimento alla seguente retta di regressione:

$$R_j = \hat{\alpha}_j + \hat{\beta}_j R_M + E_j \quad (18)$$

Prima di passare all'analisi degli aspetti tecnici del procedimento di stima del parametro beta - e delle problematiche insite nella sua stima - vale la pena evidenziare come il parametro alfa - noto anche come alfa di Jensen³⁷ - rappresenti un tasso di rendimento base che il CAPM, sulla base delle condizioni espresse dal mercato, attribuisce al titolo, in assenza di variazioni dell'indice di mercato. In altri termini, qualora il mercato lungo il periodo di riferimento non registrasse variazioni, ci si dovrebbe attendere che il titolo in esame esprima un rendimento pari ad alfa.

1.7.2 L'analisi del parametro beta: aspetti tecnici del procedimento di stima

1.7.2.1 La dipendenza dei beta dai parametri della regressione

In questa sede si intende evidenziare come, una volta deciso di stimare il parametro beta sulla base di un modello di regressione, si pongano concretamente

³⁷ Per approfondimento sull'utilizzo dell'alfa di Jensen, intesa come misura dell'abilità del gestore, si veda il capitolo 10.

una serie di aspetti critici da affrontare, la cui risoluzione può implicare una scelta tra differenti insiemi di alternative e, in ultima analisi, l'ottenimento di stime anche significativamente diverse le une dalle altre.

Innanzitutto, si ripropone ancora una volta il problema della scelta dell'indice di mercato, visto che è ormai acquisito come non sia disponibile alcuna misura operativa per il market portfolio postulato dalla teoria. A questo proposito, nonostante nei paragrafi precedenti sia già stata affrontata in maniera sufficientemente ampia tale problematica, sembra qui opportuno mostrare come la scelta del particolare indice azionario effettuata non sia indifferente ai fini del valore numerico ottenuto per il beta ricercato. A titolo esemplificativo, la tavola 5 evidenzia in modo chiaro come sono variate le stime del beta ottenute per il titolo Disney al variare della proxy prescelta per il portafoglio di mercato, utilizzando dati mensili relativi al periodo 1° gennaio 1993 - 1° gennaio 1998.

Tavola 5 - Variazione del beta del titolo Disney in funzione dell'indice utilizzato

Indice di mercato usato	Beta stimato
Dow Jones 30	0,99
S&P 500	1,13
Nyse Composite	1,14
Wilshire 5000	1,05
Msci World Index	1,06

Fonte: Ibbotson Associates (1999).

Come si può notare, la differenza nel valore del beta che si ottiene ricorrendo all'indice Dow Jones 30 piuttosto che al NYSE Composite - che è calcolato sulle migliaia di titoli quotati sulla borsa di New York - è significativa e, tramite la formula del CAPM, può produrre stime ancora più divergenti.

Un secondo fattore suscettibile di produrre effetti significativi sul valore dei beta stimati è rappresentato dall'ampiezza dell'orizzonte temporale di riferimento prescelto nell'ambito del procedimento di regressione. Non ci sono, al riguardo, regole precise che definiscono il numero di anni che bisogna considerare per l'estrazione delle serie storiche da interpolare e questo, come intuibile, può costituire una significativa fonte di variabilità nella stima. A titolo di esempio, sempre facendo riferimento al titolo Disney, la tavola 6 riporta i risultati ottenuti per il beta utilizzando diversi periodi temporali di riferimento.

Tavola 6 - Sensibilità del beta all'ampiezza dell'orizzonte temporale

Ampiezza dell'orizzonte temporale	Beta stimato
3 anni	1,04
5 anni	1,13
7 anni	1,09
10 anni	1,18

Fonte: Ibbotson Associates (1999).

Pur non esistendo, come detto, predefinite regole al riguardo, sembra nondimeno opportuno segnalare il trade off implicito nella scelta del periodo temporale da utilizzare per la stima dei beta: da un lato, infatti, l'utilizzo di una serie storica molto ampia, tale da coprire un esteso arco di tempo, garantisce una maggiore significatività ai risultati dell'analisi statistica, con l'ulteriore vantaggio di fornire una misura poco influenzata da specifici accadimenti di carattere congiunturale, non ripetibili nel lungo periodo; dall'altro lato, tuttavia, bisogna tenere bene a mente che maggiore è la durata del periodo di tempo preso a riferimento, maggiore è la probabilità che i risultati ottenuti non siano più rappresentativi della reale rischiosità del titolo o del portafoglio oggetto di valutazione, dal momento che, lungo il medesimo orizzonte temporale, potrebbero essere mutati i tratti salienti (cosiddetti *business fundamentals*) della medesima, come, ad esempio, il grado di leva finanziaria, la struttura produttiva o, ancora, il numero delle combinazioni prodotto/mercato³⁸.

Ciò significa che, nella stima, bisognerebbe essere in grado di risalire indietro nel tempo fino al momento in cui l'azienda è rimasta sufficientemente stabile nei suoi "fondamentali"; conseguentemente, nel caso di aziende che negli ultimi anni sono state ristrutturare, acquisite o, viceversa, hanno intrapreso processi di diversificazione produttiva è consigliabile il riferimento a un orizzonte temporale ridotto.

Un ultimo elemento in questa sede considerato come critico ai fini della stima dei beta è costituito dalla frequenza delle osservazioni utilizzate nell'ambito della regressione. Anche in questo caso, il riferimento a dati relativi a rendimenti giornalieri, settimanali, mensili, infrannuali, annuali può portare a stime anche sensibilmente differenziate dei beta, come mostra la tavola 7.

Tavola 7 - Valore del beta del titolo Disney e frequenza di rilevazione

Frequenza delle rilevazioni	Beta stimato
Giornaliera	1,33
Settimanale	1,38
Mensile	1,13
Trimestrale	0,44
Annuale	0,77

Fonte: Ibbotson Associates (1999).

Via via che aumenta la frequenza delle osservazioni, passando, ad esempio, da dati mensili a dati giornalieri o settimanali, aumenta la dimensione del database da utilizzare ai fini dell'analisi di regressione, con effetti positivi sulla significatività statistica dei beta stimati. Il rovescio della medaglia è tuttavia costituito dal fatto che,

³⁸ Si ribadisce ancora una volta che l'obiettivo della stima è quello di ottenere una misura il più verosimile possibile del beta che si ritiene dovrebbe prevalere in futuro e non, viceversa, una misura accurata del beta prevalso nel passato.

poiché i titoli non vengono negoziati in maniera continua, il verificarsi di periodi caratterizzati da assenza di flussi di domanda o di offerta su di un dato titolo può influenzarne sensibilmente la misurazione del beta, in particolare riducendo la correlazione stimata con l'indice di mercato. Questo problema è di una certa rilevanza per titoli di aziende di piccole dimensioni, a basso flottante e poco liquidi come, ad esempio, le *small cap* quotate sul listino azionario italiano. Pur esistendo delle tecniche statistiche, non prive di una certa complessità, che consentono di aggiustare i beta stimati tramite dati giornalieri o settimanali³⁹, si ritiene che il riferimento a dati almeno mensili dovrebbe permettere di risolvere il problema in questione – noto anche come *non-trading problem* – procurando al contempo un numero di osservazioni accettabile per aziende quotate da almeno tre anni.

1.7.2.2 Alcuni metodi per la correzione dei beta stimati

La teoria sottostante il modello CAPM suggerisce che il beta stimato $\hat{\beta}^0$, in base all'assunto delle aspettative razionali, dovrebbe essere un buon predittore del comportamento futuro dell'attività finanziaria sulla quale è calcolato.

In tal senso, una prima analisi dell'affidabilità e della significatività dei risultati ottenuti, può essere condotta confrontando i beta espressi dal medesimo titolo in orizzonti temporali adiacenti e valutando il livello di correlazione.

Generalmente il risultato che si ottiene⁴¹ suggerisce che a livello di singolo titolo si ha una correlazione tra periodi differenti attorno al 60%, correlazione che tuttavia cresce drasticamente non appena si consideri, non tanto il beta di un titolo quanto la media dei beta di un portafoglio di titoli. Consistentemente con la teoria della diversificazione, non appena il portafoglio consideri al proprio interno più di dieci titoli, la correlazione tra risultati attesi e calcolati in periodi adiacenti supera il 90%.

Tale risultato porta a poter affermare che a livello di scelte di determinazione dei tassi di rendimento delle attività reali, tutte le volte che sia possibile, la metodologia più corretta consiste nell'adottare un beta determinato su un portafoglio di titoli piuttosto che su un solo elemento. Naturalmente la cautela che deve sempre essere seguita si sostanzia nel considerare, nella costruzione del portafoglio, titoli con caratteristiche omogenee per durata, attività, posizione relativa sul mercato, ecc.

La correzione dei beta attraverso una stima di portafoglio piuttosto che di singoli titoli non supera tuttavia il problema della costruzione di beta "corretti".

³⁹ Le più note tecniche statistiche di aggiustamento sono quelle che portano alla stima dei "beta di Scholes-Williams" e dei "beta di Dimson". Per maggiori dettagli, si veda Elton, Gruber (1995).

⁴⁰ Si ricordi che i beta "veri" non esistono, in quanto non sono osservabili sul mercato. Potrebbero esserlo se esistesse un mercato perfetto, in cui fosse possibile stipulare contratti *forward* capaci di consentire la costruzione di posizioni completamente coperte per qualunque orizzonte temporale. In tal caso, verrebbe peraltro esclusa a priori la possibilità di estrarre sovrapprofitti da operazioni sul mercato.

⁴¹ Cfr. Elton, Gruber (1995), cap. 7.

La teoria di portafoglio stabilisce che il beta dovrebbe essere, sotto un determinato set di ipotesi, il parametro corretto per stimare il rischio associato a una attività finanziaria. È possibile dimostrare⁴² tuttavia che, anche quando tali ipotesi siano soddisfatte, possono esistere problemi di costruzione del campione tali da condurre a una stima non corretta di tale parametro in termini predittivi. In particolare si nota come i beta realizzati in periodi successivi a quello considerato per la loro stima siano sistematicamente più "vicini" a un valore centrale – pari a uno – di quanto lo siano le rispettive stime⁴³. Una spiegazione piuttosto intuitiva che si può dare a questo fenomeno è che, con il passare degli anni, le imprese che sopravvivono nel mercato tendono a crescere di dimensioni, a diventare più diversificate, a stabilizzare la propria capacità di generare flussi di cassa: tutti questi fattori dovrebbero spingere i beta verso l'unità, ossia il valore di rischio attribuito al mercato medesimo.

Proprio sulla scorta di un simile ragionamento, nel corso degli anni sono state proposte delle tecniche statistiche di aggiustamento dei beta stimati che, in estrema sintesi, si sostanziano nell'applicazione di un fattore di correzione al risultato delle stime medesime. Tale fattore di correzione può essere determinato mediante una regressione dei beta relativi a un dato periodo sui medesimi beta calcolati in un periodo adiacente (per esempio beta calcolati dal 1980 al 1990 su beta calcolati dal 1970 al 1980). Così facendo, è possibile ottenere una equazione della forma: $\beta_2 = \alpha + \gamma\beta_1$ che consente di ottenere stime più precise del parametro in esame⁴⁴.

A titolo esemplificativo, consideriamo i risultati ottenuti attraverso questa tecnica da Blume⁴⁵ (1971) su due periodi 1948-1951 e 1951-1964: essi offrono una equazione con parametri $\beta_2 = 0,343 + 0,677\beta_1$.

Ipotizziamo di voler calcolare il beta della società K. La regressione semplice restituisce un beta pari a 1,6. Sappiamo tuttavia che tale valore è probabile risulti sovrastimare il beta che si realizzerà nel futuro. Per correggerlo possiamo utilizzare l'equazione presentata. Il beta di K diventerà perciò:

$$\beta_2 = 0,343 + 0,677\beta_1 = 0,343 + 0,677 \times 1,6 = 1,43$$

Si sottolinea come pur essendo applicabili i parametri individuati da Blume, sia maggiormente corretto, ove possibile, procedere alla stima di parametri aggiornati rispetto a quelli in esame, al fine di poter considerare le caratteristiche del sistema competitivo nel quale tali valori si sono formati⁴⁶.

⁴² Cfr. Blume (1971).

⁴³ Questo fenomeno è definito come "tendenza dei beta a regredire a uno" e trae origine dal fatto che importanti verifiche empiriche hanno dimostrato a più riprese l'esistenza di una robusta autocorrelazione nel tempo tra i beta realizzati.

⁴⁴ Questa metodologia risulta la tecnica adottata da diverse società finanziarie (tra cui Merrill Lynch) per calcolare i coefficienti beta.

⁴⁵ Cfr. Blume (1971).

⁴⁶ Bloomberg, ad esempio, aggiusta i beta sulla base della seguente equazione:

$$\beta_2 = 0,33 + 0,67\beta_1$$

La teoria finanziaria, del resto, ha sviluppato procedimenti di correzione alternativi tra i quali merita di essere segnalato il metodo di Vasicek che corregge in base alle varianze storiche espresse dal beta in due sottoperiodi differenti⁴⁷.

Meritano infine di essere segnalati alcuni tentativi di correggere i beta sulla base di parametri di tipo qualitativo relativi all'impresa (ad esempio, la presenza di punti di forza o di debolezza, ecc.). I modelli derivati da tale approccio tendono a spiegare la variabilità dei rendimenti dei titoli rispetto al mercato sulla base di una serie di fattori legati ai fondamentali dell'impresa e del settore, come, ad esempio, il grado di indebitamento, la leva operativa, la dimensione aziendale, la ciclicità degli utili, e così via.

1.7.3 I limiti dei beta stimati tramite regressioni

In questa sede si intende porre l'attenzione su una serie di problematiche di ordine pratico che si manifestano all'analista che decida di stimare il parametro beta tramite il ricorso all'analisi statistica, ai fini di una successiva applicazione del CAPM. L'obiettivo, non è tanto quello di sottoporre a critica la metodologia di determinazione dei beta basata sulle regressioni, che rappresenta la via ritenuta a tutt'oggi migliore per condurre a delle stime accettabili dei beta futuri associati a una data attività finanziaria o reale, quanto quello di far riflettere il lettore sulle assunzioni più significative sottese all'utilizzo delle regressioni e, soprattutto, sul reale valore informativo da attribuire ai beta di volta in volta stimati.

1.7.3.1 Il problema dell'indice di mercato

I beta determinati tramite analisi di regressione sono, come visto, influenzati dalle scelte adottate nell'ambito del procedimento di stima, vale a dire l'ampiezza dell'orizzonte temporale di riferimento, la periodicità di rilevazione dei rendimenti e, ancora, la tipologia di indice azionario utilizzato come proxy del portafoglio di mercato. Scelte diverse con riferimento a ciascuno di tali elementi possono, in ultima analisi, portare a misure dei beta sensibilmente divergenti le une dalle altre. L'elemento di maggiore criticità è probabilmente rappresentato dalla scelta della proxy del portafoglio di mercato. L'utilizzo di un indice del mercato azionario locale – che, per la verità, è l'approccio seguito dalle maggiori società fornitrici di servizi di informazione economica specializzata – anche se porta a delle analisi statistiche significative e apparentemente accettabili, non sempre risulta essere la strada migliore.

A titolo di esempio, nella tavola 8 si riportano i risultati di una stima condotta da una delle più note fonti di informazione finanziaria per la determinazione

⁴⁷ Per un'analisi più dettagliata si rimanda a Vasicek (1973).

dei beta della maggiore azienda industriale brasiliana: Telebras (Telebrasiliana Celular). La stima è stata condotta regredendo i rendimenti storici di Telebras sull'indice del mercato azionario brasiliano, il Bovespa.

Il problema, in questo caso, è rappresentato dal fatto che, in virtù della sua elevata capitalizzazione di borsa, Telebras rappresenta circa il 40% dell'indice Bovespa. Questo fatto, come è intuibile, produce una serie di implicazioni che, in ultima analisi, influiscono sulla significatività – e dunque sull'applicabilità – del beta stimato. In primo luogo, infatti, occorre riflettere sul fatto che il procedimento di stima del beta per tutte le altre aziende quotate brasiliane diventa essenzialmente una regressione dei rendimenti delle medesime sul rendimento di Telebras, piuttosto che sul rendimento di un indice azionario diversificato, come in teoria dovrebbe essere. In secondo luogo, si produrrebbe una profonda asimmetria nei beta stimati poiché il beta dell'indice di mercato, che è una media ponderata dei beta relativi ai titoli in esso contenuti, deve essere per definizione pari a uno, e, poiché il beta di Telebras è superiore a uno, necessariamente la maggioranza dei titoli azionari brasiliani dovrebbe essere caratterizzata da un beta inferiore all'unità, come infatti realmente rilevato nell'arco dell'intervallo di tempo utilizzato per l'analisi di regressione in questione. La terza e più rilevante conseguenza è rappresentata dal fatto che, se l'indice di mercato è profondamente distorto dalla presenza di Telebras, paradossalmente l'analisi di regressione attribuisce proprio alle società più piccole e più rischiose – e più diverse da Telebras – i valori minori in valore assoluto per il parametro beta, mentre invece le aziende maggiori, più stabili e diversificate, risultano possedere i maggiori beta.

Tavola 8 - Il valore del beta di Telebras

Beta	1,13
Beta "corretto"	1,09
Parametro alfa	0,19
Indice R ²	0,82
Errore quadratico medio	2,62
Errore standard del beta stimato	0,05
Numero di osservazioni	104
Periodicità dei dati	Settimanale
Orizzonte temporale	31 dicembre 1995 - 31 dicembre 1997

Fonte: Elaborazioni dell'Autore su dati Ibbotson

In conclusione, si invita il lettore a riflettere sul fatto che, in sede di formulazione di un giudizio sulla validità del beta stimato per una data società, agli inconvenienti "tecnici" appena discussi deve essere attribuita una valenza relativa, che, in particolare, tenga conto delle caratteristiche dell'investitore⁴⁸. Se infatti si

⁴⁸ Si ricorda che il CAPM assume come prospettiva quella dell'investimento marginale effettuato in un certo titolo da un soggetto che detiene un portafoglio diversificato di attività rischiose.

considera la prospettiva di un investitore brasiliano, è chiaro che anche il suo portafoglio, nonostante sia composto da una pluralità di titoli domestici e sia, dunque, diversificato, subirà la distorsione provocata dalla presenza di Telebras: in questo caso, il beta stimato utilizzando il Bovespa rappresenta comunque una misura ragionevolmente accettabile di rischio⁴⁹. Diversa è la questione sia per un investitore straniero, sia per un soggetto che detenga un portafoglio di titoli diversificato internazionalmente: in questo caso, tali investitori faranno riferimento a dei portafogli di mercato profondamente diversi dal Bovespa, per cui il beta stimato attraverso una regressione sulle variazioni dell'indice azionario brasiliano non ha alcun valore informativo sulla rischiosità del particolare titolo – brasiliano – da valutare.

1.7.3.2 Il problema dell'errore statistico

Oltre al problema della volatilità del beta indotta dalle scelte effettuate in merito alle dimensioni sopra evidenziate, si pone poi la questione della significatività del beta stimato, anch'essa estremamente variabile in funzione delle medesime scelte. Non bisogna dimenticare, infatti, che i beta in questione sono pur sempre il risultato di procedimenti statistici di stima e, come tali, soggetti alla presenza di errori (cosiddetto errore standard o *standard error*), che, in alcuni casi, possono privare di ogni valore la misura del beta evidenziata dall'analisi di regressione.

In genere, stime del parametro beta caratterizzate da valori dell'errore standard superiore a 0,5 sono da considerarsi del tutto prive di significato a fini operativi, poiché significa che la retta di regressione stimata mal si adatta alle osservazioni disponibili per i beta realizzati e, in ultima analisi, non ne "cattura" in maniera ragionevolmente precisa il trend storico. A titolo di esempio, se l'analisi di regressione evidenziasse per la società X un beta stimato di 1,13 con un errore standard di 0,57 ciò significherebbe che, con una probabilità del 67%, il vero beta per X dovrebbe essere compreso tra 0,56 e 1,70; esiste inoltre una probabilità del 95% che l'intervallo in questione sia compreso tra -0,01 e 2,27. È chiaro come un'informazione del genere non sia di alcuna utilità pratica.

Un altro problema, simile nella sostanza al precedente, si verifica nel caso delle stime il cui coefficiente di correlazione, il noto indice R^2 – che consente di evidenziare la percentuale di varianza del rendimento di un dato titolo "spiegata" dalla varianza della variabile indipendente, ossia l'indice di mercato – assuma valori piuttosto bassi. È evidente che in questo caso si stanno trascurando i veri fattori responsabili delle variazioni nei prezzi della società oggetto di valu-

⁴⁹ Per la verità, si potrebbero comunque migliorare le cose facendo riferimento, anziché al Bovespa, a un indice azionario appositamente costruito e meglio diversificato: si ritiene tuttavia che questa strada, per quanto formalmente più corretta, potrebbe creare al valutatore ulteriori complicazioni di carattere pratico, legate soprattutto alla disponibilità delle informazioni necessarie a tal fine.

tazione e dunque il beta stimato non fornisce informazioni circa la reale rischiosità associata alla società medesima.

1.7.3.3 Il problema della variabilità nel tempo delle caratteristiche aziendali

Anche se non ci si trova a dover fare i conti con un indice azionario dominato da una o poche aziende e il beta stimato è caratterizzato da un errore standard piuttosto basso, esiste tuttavia un terzo problema associato all'utilizzo dei beta determinati tramite procedimenti di regressione statistica: i beta stimati si basano sull'interpolazione di dati storici e trascurano quindi il fatto che le attività oggetto di valutazione – e in modo particolare le imprese – sono soggette a mutamenti anche radicali nel corso del tempo. In altri termini, la regressione "replica" le caratteristiche dimostrate, in media, da una data azienda lungo l'orizzonte temporale di riferimento utilizzato nel procedimento di stima.

Senza dilungarci oltre in una materia al centro di una ricca e variegata letteratura, vale comunque la pena notare come non si possa pensare che le imprese rimangano stabili – nelle loro dimensioni fondamentali – nel corso del tempo, soprattutto a motivo delle seguenti ragioni:

- le imprese assumono nel corso della loro vita decisioni che le portano a investire in nuovi business, a uscire dalle loro aree strategiche d'affari originarie, ad acquisire imprese operanti in settori più o meno correlati. Tutti questi mutamenti nel business mix finiscono con il variare continuamente il profilo di rischio complessivo delle medesime, con ovvie implicazioni sui rispettivi beta;
- le imprese modificano il proprio grado di leva finanziaria attraverso l'accensione di nuovi debiti, il rimborso di finanziamenti preesistenti, il riacquisto di azioni proprie, l'aumento di capitale sociale, e così via. Si tenga inoltre presente che variazioni nel valore di mercato del debito e dell'equity possono produrre anch'esse cambiamenti nel grado di *leverage* e, per questa via, nel beta;
- le imprese, beneficiando dell'innovazione tecnologica, modificano di tanto in tanto i propri processi produttivi, con profonde implicazioni sulla loro struttura di costi. Ciò porta a mutamenti nel grado di leva operativa che, come accennato in precedenza, influisce sulla dimensione del beta;
- anche se alcune imprese cercano di mantenere stabile il proprio grado di leva operativa e finanziaria, così come la propria "vocazione produttiva", rimanendo ancorate al proprio business originario, esse tuttavia tendono a crescere di dimensioni nel corso del tempo, il che, come visto, produce un impatto sul relativo beta;
- si tenga presente, infine, che, a prescindere dalla volontà del management, nel corso del tempo può modificarsi la percezione del mercato sulle imprese, anche solo in virtù di un'accresciuta notorietà presso un pubblico sempre più ampio. Una diretta implicazione di questo fenomeno consiste nella diminu-

zione della variabilità nel fatturato aziendale e nei relativi margini, con ovvie conseguenze sul valore assunto dal parametro beta.

1.8 Metodologie alternative di determinazione del parametro beta

Qualora non sia possibile, o comunque proficuo, ricorrere all'analisi di regressione per stimare i beta da inserire nella formula del CAPM, è sempre possibile ricorrere ad altri metodi alternativi, dotati, come si vedrà, di un maggior grado di empirismo e, proprio per questo stesso motivo, meno rigorosi da un punto di vista prettamente scientifico. In questa sede, in particolare, nell'ambito delle diverse soluzioni via via proposte dalla letteratura, vengono esaminati tre possibili approcci.

Una prima via è quella di utilizzare beta determinati in una maniera tale da tenere nella dovuta considerazione le caratteristiche operative e finanziarie dell'impresa da valutare (i beta empirici).

Una seconda via è quella di fare riferimento a misure relative di rischio, ottenute però senza il ricorso a serie storiche di rendimenti azionari, ma semplicemente attraverso confronti di tipo *cross-sectional* (i beta delle società comparabili).

Una terza via, infine, produce misure dei beta basate sulla rischiosità dei business nei quali opera la società oggetto di valutazione, oltre che sul grado di leverage della medesima (i beta operativi).

1.8.1 I beta empirici

La prima metodologia alternativa qui analizzata è quella rappresentata dal calcolo dei beta empirici o beta contabili. La parola *empirici* si riferisce al fatto che tale approccio non si basa tanto su una qualche teoria del funzionamento dei mercati finanziari, quanto piuttosto sulla ricerca di regolarità e relazioni nelle serie storiche dei dati del mercato. In questo approccio il ricercatore specifica alcuni parametri o caratteristiche associate ai titoli in questione e poi esamina direttamente i dati tramite analisi di regressione multivariata per cercare di stabilire una qualche relazione tra tali caratteristiche e i rendimenti attesi.

Naturalmente, tale metodologia dovrà essere applicata con le dovute cautele in considerazione della significatività della relazione individuata.

Sono numerosissimi in letteratura i contributi che hanno studiato nel modo appena descritto la relazione tra beta e fondamentali di bilancio⁵⁰.

A titolo di esempio riportiamo i risultati di Rosemberg e Marathe⁵¹ relativi

⁵⁰ Cfr. Damodaran (1996, 1997); Ross *et al.* (1996).

⁵¹ Cfr. Rosemberg, Marathe (1979).

alla relazione tra i beta calcolati attraverso la metodologia standard e alcuni elementi economici.

La relazione individuata assume la seguente forma:

$$\text{Beta} = 0,9832 + 0,08 \times (\text{dev. std RO}/\text{media RO}) - 0,126 \times \\ \times (\text{tasso di dividendo}) + 0,15 (\text{leverage}) + 0,034 \times (\text{tasso di crescita}) - \\ - 0,00001 \times (\text{attività totali in mld/lit.}) \quad (19)$$

Applicando all'interno dell'equazione i dati relativi all'impresa oggetto di analisi sarà infine possibile estrarre il valore cercato.

Esempio 5 - Beta stimato

Si supponga di dover stimare il beta di un'azienda non quotata avente le seguenti caratteristiche finanziarie (definite in modo coerente con il modello di regressione di Rosenberg e Marathe):

dev. std RO/media RO	= 2,2
tasso di dividendo	= 0,04
leverage	= 0,30
tasso di crescita	= 0,30
attività totali	= 60 (lit. miliardi)

Il beta stimato di tale azienda è dunque:

$$\text{Beta} = 0,9832 + 0,08 \times (2,2) - 0,126 \times (0,04) + 0,15 \times (0,30) + \\ + 0,034 \times (0,30) - 0,00001 \times (60 \text{ mld.}) = 1,21$$

Naturalmente, anche tale approccio non è privo di aspetti problematici che finiscono con il limitarne la validità. La critica più importante rivolta alla definizione dei beta contabili è nota come *data mining*, che sta a indicare il fatto che spesso i ricercatori scelgono alcuni parametri solo perché è stato dimostrato che sono in relazione con i rendimenti attesi. Ma così facendo non si tiene conto del fatto che ci sono altre variabili non considerate dalle quali potrebbero dipendere i beta o che comunque influenzano fortemente i parametri considerati come variabili esplicative. Questo vorrebbe dire che le relazioni evidenziate nell'esempio precedente tra beta e leverage o tasso di rendimento potrebbero essere spurie, cioè nient'altro che il risultato di una relazione che appare statisticamente significativa, ma che non rappresenta il vero modello di determinazione della rischiosità associata a un dato investimento.

In secondo luogo, occorre tenere in considerazione che anche in questo caso, basandosi la metodologia in questione su di un'analisi di regressione, permangono comunque alcuni dei problemi di tipo statistico evidenziati nel paragrafo precedente. In particolare, le regressioni via via presentate dai diversi autori ai fini della determinazione dei beta empirici non presentano mai dei valori di R² significativamente elevati. Pertanto, se è vero che i beta empirici rappresentano misure di rischio più consistenti con le caratteristiche aziendali delle imprese oggetto di valutazione, essi non risolvono però il problema legato alla presenza di errori statistici connaturati al procedimento di stima.

1.8.2 I beta delle società comparabili

Una metodologia semplice e intuitiva, ancorché non del tutto oggettiva, è data dal riferimento a beta espressi da società comparabili per settore, caratteristiche industriali, business mix, dimensioni e area geografica.

In questo caso, occorre tuttavia tenere in considerazione che il beta considerato riflette la rischiosità di un'azienda con un ben determinato rapporto di leverage; bisogna quindi utilizzare l'accortezza di depurare l'effetto indotto sul beta dalla struttura finanziaria dell'azienda comparabile e, in secondo luogo, applicare al beta così determinato – detto anche beta *unlevered* – il rapporto di indebitamento dell'azienda oggetto di valutazione, secondo la metodologia presentata nel successivo paragrafo 1.8.2.1. L'approccio in questione si rivela particolarmente adatto per imprese non quotate, in cui l'assenza di un trend storico di prezzi, indispensabile ai fini del calcolo dei rendimenti periodali, rende di fatto impraticabile la via della regressione statistica.

I problemi associati alla metodologia in questione sono di due tipi: innanzitutto è assai difficile trovare aziende con un livello di affinità molto elevata tra loro con riferimento a ognuna delle variabili che ne determinano il profilo di rischio (i business fundamental); in certi mercati azionari, poi, come ad esempio quello italiano, non sono adeguatamente rappresentati sul listino tutti i settori industriali. In secondo luogo, occorre tener conto del fatto che, a parità di ogni altro fundamental, la quotazione stessa su di un mercato azionario ha un impatto diretto e notevole sul livello di rischiosità associabile a una data azienda rispetto a quello di un'azienda del tutto simile ma non quotata; quest'ultima, infatti, non è assimilabile a un'attività rischiosa liquida, condizione essenziale per l'applicazione del CAPM. Per questo motivo, la strada concretamente seguita nella pratica è quella di integrare opportunamente il beta così ottenuto, in maniera tale da ricomprendere al proprio interno una specifica componente direttamente collegata alla "mancanza di liquidità" della società da valutare; ciò, d'altro canto, al costo dell'introduzione di un certo grado di discrezionalità nel procedimento di determinazione del costo del capitale.

Un procedimento alternativo spesso utilizzato dalla prassi professionale è quello di fare riferimento a dei beta di settore, modificati per tener conto degli scostamenti dell'impresa da valutare rispetto ai valori medi settoriali assunti dai fundamental della medesima. In pratica, quando non direttamente disponibile tale tipo di informazione, si tratta di calcolare il beta medio di un campione costituito da società comparabili relative al settore cui appartiene la società da valutare. Anche questa variante risente degli stessi problemi evidenziati in precedenza, soprattutto quando oggetto di valutazione sia una società profondamente diversa rispetto alla media delle aziende quotate appartenenti al medesimo settore di attività economica.

1.8.2.1 Beta levered e beta unlevered

Come detto, il beta osservato attraverso la regressione risulta essere un beta

levered, che sconta in altre parole il peso, in termini di rischio per gli azionisti, della struttura finanziaria sottostante la formazione di determinati livelli di rendimento e risulta quindi il beta corretto da applicare in operazioni che richiedano la determinazione di un tasso da utilizzare alla sola componente azionaria. Qualora oggetto della stima sia invece il complesso degli asset dell'impresa (come ad esempio la determinazione del valore di una impresa) è necessario procedere al calcolo di beta differenti.

In particolare, il rischio dell'impresa è dato dalla media ponderata del rischio sul capitale proprio e del rischio sul capitale di debito al netto dell'effetto fiscale:

$$\beta_{impresa} = \beta_{equity}(L) \times \frac{E}{E + D \times (1 - t_c)} + \beta_{debt} \frac{D \times (1 - t_c)}{E + D \times (1 - t_c)} \quad (20)$$

In pratica, il beta del debito è molto piccolo. Se poniamo l'usuale ipotesi che il beta del debito sia zero (assumendo cioè $\beta_{debt} = 0$), l'espressione precedente diventa:

$$\beta_{impresa} = \beta_{equity}(L) \times \frac{E}{E + D \times (1 - t_c)} = \frac{\beta_{equity}(L)}{[1 + (1 - t_c) \times D/E]} \quad (21)$$

Il valore così calcolato del grado di rischiosità attribuibile all'impresa ($\beta_{impresa}$) risulterà coincidente con il beta del capitale proprio solo nel caso di assenza di indebitamento.

Qualora, infine, fosse necessario calcolare il beta del capitale proprio in ipotesi di assenza di indebitamento (beta *unlevered*), si avrebbe

$$\beta_{equity}(U) = \beta_{equity}(L) \times \frac{E}{E + D \times (1 - t_c)} = \frac{\beta_{equity}(L)}{[1 + (1 - t_c) \times D/E]} \quad (22)$$

che naturalmente coincide con il beta dell'impresa indebitata nel caso in cui il suo debito sia privo di rischio. Tale procedimento è noto sia in letteratura sia in ambito professionale come *unlevering*.

Il seguente esempio illustra le considerazioni sin qui sviluppate.

Supponiamo che l'impresa K, il cui beta attraverso la tecnica della regressione semplice risulti pari a 1,6, sia caratterizzata da un livello di indebitamento pari al 40%. Si supponga un'aliquota fiscale pari al 37% e un beta sul debito pari a zero. Si ha:

$$\begin{aligned} \beta_{impresa} &= \beta_{equity}(L) \times \frac{E}{E + D \times (1 - t_c)} + \beta_{debt} \frac{D \times (1 - t_c)}{E + D \times (1 - t_c)} = \\ &= \frac{1,6}{1 + 0,63 \times 0,4} + \frac{0 \times 0,63}{1 + 0,63 \times 0,4} = 1,28 \end{aligned}$$

1,28 è dunque il beta *unlevered* per il capitale proprio (sotto l'ipotesi cioè che l'impresa sia finanziata solo con capitale proprio); tale valore rappresenta inoltre anche il beta dell'impresa indebitata con un debito privo di rischio.

Se l'indebitamento fosse rischioso, ad esempio con un beta pari a 0,3, avremmo:

$$\beta_{equity}(L) = 1,6 \text{ (il beta calcolato attraverso la regressione)}$$

$$\beta_{equity}(U) = 1,28 \text{ (il beta delle azioni qualora l'impresa non avesse debito)}$$

$$\begin{aligned} \beta_{impresa} &= \beta_{equity}(L) \times \frac{E}{E + D \times (1 - t_c)} + \beta_{debt} \times \frac{D \times (1 - t_c)}{E + D \times (1 - t_c)} = \\ &= \frac{1,6}{1 + 0,63 \times 0,4} + \frac{0,3 \times 0,63 \times 0,4}{1 + 0,63 \times 0,4} = 1,28 + 0,06 = 1,34 \end{aligned}$$

Se, a questo punto, si vuole calcolare il beta levered dell'azienda Y, in tutto simile all'azienda K (entrambe sotto l'ipotesi di debito non rischioso), ma caratterizzata da un differente leverage - pari, ad esempio, al 60% - si tratta semplicemente di utilizzare l'inverso del procedimento di unlevering descritto in precedenza - noto come *relevering* - utilizzando come nuovo rapporto di indebitamento la leva finanziaria dell'azienda Y. In pratica:

$$\begin{aligned} \beta_{equity}(L) &= \beta_{equity}(U) \times \left[1 + \frac{D}{E} \times (1 - t_c) \right] = \\ &= 1,28 \times [1 + 0,63 \times 0,6] = 1,76 \end{aligned} \quad (23)$$

Ovviamente, essendo Y più indebitata di K, e dunque soggetta a un più elevato rischio finanziario, il relativo beta sarà superiore a quello dell'azienda K.

La tavola 9 riassume i differenti beta presentati e la finalità sottostante il loro impiego.

Tavola 9 - Confronto tra i differenti beta

Oggetto di stima	Tipo di beta
Valutazione del capitale azionario al livello di indebitamento corrente	Beta calcolato attraverso la regressione (è un beta equity levered)
Valutazione del capitale azionario in ipotesi di assenza di indebitamento o in ipotesi di livelli diversi di indebitamento	Beta equity unlevered
Valutazione dell'impresa con debito privo di rischio	Beta impresa (o beta unlevered)
Valutazione dell'impresa in ipotesi di debito rischioso	Beta impresa, assumendo un beta sul debito maggiore di zero

1.8.3 I beta operativi

L'ultimo approccio presentato in questa sede per la determinazione del parametro beta prescinde totalmente dai procedimenti di regressione, per focalizzarsi in modo esclusivo sui fondamentali dell'impresa oggetto di valutazione. Mediante tale approccio, in estrema sintesi, si cerca di ricostruire il profilo di rischio di una data impresa attraverso l'analisi sia dell'esposizione dell'impresa ad alcune variabili imprescindibili (i fondamentali) come, ad esempio, il grado di indebitamento, il grado di leva operativa, il tasso di crescita degli utili, la dimensione aziendale, la politica dei dividendi, sia della rischiosità intrinseca caratterizzante le diverse aree di business in cui la medesima è impegnata. In tal modo sarebbe dunque possibile pervenire alla quantificazione del parametro espressivo del livello di rischio complessivo attribuibile alla medesima, denominato, proprio per il metodo utilizzato, beta operativo o *bottom up beta*.

Più in particolare, l'approccio in questione si basa su una importante proprietà del beta, già introdotta nel paragrafo 1.4 in sede di descrizione del CAPM: il beta di un portafoglio di attività rischiose è una media ponderata del beta delle singole attività incluse all'interno del medesimo. Ciò significa che, adottando una visione disaggregata dell'impresa, che considera cioè la stessa come un portafoglio di aree d'affari, il fatto che il beta sia un operatore lineare porta a poter affermare che il beta di un'impresa è costituito dalla media ponderata dei beta attribuibili ai singoli business in cui è scomponibile la sua operatività.

In pratica, per giungere alla determinazione dei beta operativi basta percorrere i passaggi logici di seguito descritti.

- Innanzitutto, occorre procedere all'identificazione dei diversi business indipendenti in cui può essere disaggregata una data impresa; senza entrare in un tema oggetto di un acceso dibattito più che decennale, basti qui ricordare come, ai nostri fini, due business sono considerati come indipendenti l'uno dall'altro se fanno riferimento a due distinti settori di attività economica.
- Successivamente, occorre procedere alla stima dei beta unlevered delle aree d'affari - o divisioni - individuate nella fase precedente. Al riguardo, è possibile fare riferimento ai beta di settore pubblicati periodicamente dalle maggiori società specializzate nella produzione di informazione economica, ad esempio, Ibbotson o Bloomberg. Naturalmente, sarebbe ottimale correggere tali beta qualora l'area d'affari dell'azienda da valutare presenti una struttura di costi, e dunque un grado di leva operativa, sensibilmente diversa rispetto a quella caratterizzante la media di settore. Un modo per effettuare tale correzione, ad esempio, potrebbe essere quello di comparare il grado di leva operativa divisionale con quello di un'azienda comparabile; se l'area d'affari in questione ha una quota di costi fissi sul totale superiore (inferiore) a quella evidenziata dall'azienda usata per il confronto, allora il beta unlevered dovrebbe essere opportunamente incrementato (decrementato).
- Per calcolare il beta unlevered dell'impresa oggetto d'analisi, è dunque sufficiente procedere alla determinazione della media ponderata dei beta unlevered individuati come appena descritto, avendo cura di utilizzare quale fatto-

re di ponderazione il valore di mercato delle diverse aree d'affari in cui è impegnata la medesima. Qualora non sia disponibile il dato relativo al valore di mercato, è comunque possibile il ricorso a una proxy sufficientemente ragionevole come, ad esempio, il reddito operativo (EBIT) – al netto degli oneri finanziari – prodotto da ciascun business.

- A questo punto, si tratta di determinare il grado di leverage dell'impresa, facendo riferimento soprattutto alla sua struttura finanziaria obiettivo. In proposito, rimandando tale problematica a lavori più esplicitamente focalizzati sul calcolo del costo medio ponderato del capitale (WACC), pare nondimeno opportuno accennare a come sia tutt'altro che pacifico – da un punto di vista concettuale – il riferimento ai valori di mercato di debito e di capitale di rischio; un simile procedimento, anzi, potrebbe addirittura finire con l'introdurre un "cortocircuito logico" nell'analisi⁵².
- Il passo finale per il calcolo dei beta operativi consiste nel calcolo del beta levered dell'impresa – e, dunque, dei beta levered relativi a ogni sua area di business – a partire dai beta unlevered e dalla struttura finanziaria obiettivo determinati nelle fasi precedenti.

In conclusione, sembra utile soffermarsi brevemente sui punti di forza dei beta operativi, avendo come riferimento i beta stimati tramite l'analisi di regressione.

In primo luogo, bisogna sottolineare come i beta operativi, essendo sostanzialmente delle medie ponderate di beta settoriali, siano caratterizzati da un errore statistico significativamente inferiore rispetto ai beta stimati. L'errore standard associato al calcolo di un beta medio può infatti essere approssimato nel modo seguente:

$$\text{Errore Standard}_{\text{beta medio}} = \text{Errore Standard medio}_{\text{beta stimati}} / \sqrt{n},$$

dove n è il numero di imprese appartenenti al particolare settore considerato.

Il secondo vantaggio caratterizzante il metodo in questione è costituito dal fatto che, con i beta operativi, è piuttosto agevole tener conto dei cambiamenti strategici suscettibili di determinare una variazione nel profilo di rischio di una data azienda e, per questa via, nel suo costo del capitale: si pensi, ad esempio, alla decisione di modificare il business mix, entrando in una nuova area d'affari o dismettendone una preesistente.

In terzo luogo, i beta operativi sono calcolati facendo riferimento alla struttura finanziaria corrente o obiettivo dell'azienda da valutare e non, viceversa, a una struttura finanziaria media nell'arco dell'orizzonte temporale (storico) usa-

⁵² Il suddetto "cortocircuito logico" sarebbe essenzialmente da ricondurre al fatto che, se si disponesse dei reali valori di mercato di debito ed equity, non ci sarebbe più il bisogno di intraprendere un procedimento di valutazione che, tramite l'attualizzazione dei flussi di cassa prodotti da una data impresa a un tasso espressivo del livello di rischio della medesima, miri in ultima analisi proprio alla determinazione del valore di mercato dell'equity. Quindi, per calcolare il beta ai fini della stima del costo del capitale, il riferimento ai valori di mercato presupporrebbe la conoscenza proprio della variabile al centro dell'intero procedimento di stima.

to ai fini del procedimento di regressione. Ciò implica che tali beta forniscono una misura più precisa della reale rischiosità di aziende che, in tempi recenti, hanno significativamente mutato il proprio livello di indebitamento.

1.9 Limiti teorici e applicativi del CAPM: considerazioni conclusive

Il Capital Asset Pricing Model, così come presentato nei precedenti paragrafi, rappresenta attualmente il modello di determinazione del tasso di rendimento delle attività rischiose più studiato e maggiormente applicato in ambito professionale. La principale ragione di tale successo, oltre che nella intuitività implicita nella relazione rischio-rendimento da esso postulata, risiede nella semplicità della sua formulazione. Altri modelli proposti successivamente, come il "CAPM intertemporale" o l'*Arbitrage Pricing Theory* (APT), non hanno avuto una analoga diffusione nel mondo del *corporate* e dell'*investment banking* proprio a motivo della loro maggiore complessità da un punto di vista formale e applicativo⁵³.

Ciò non significa, tuttavia, che il CAPM non sia esente da una serie di limiti e problemi che, sin dalla sua origine, hanno dato vita a un ampio dibattito in merito alla sua capacità interpretativa. Mentre nel corso dell'intero lavoro si è cercato di fornire delle soluzioni operative alle problematiche di tipo applicativo poste dalla stima dei parametri contenuti nella formula del CAPM, occorre però essere sempre consapevoli delle assunzioni e, soprattutto, delle forzature di tipo teorico alla base della derivazione del CAPM. Più in particolare, gli elementi di maggior criticità sembrano potersi ricondurre ai seguenti:

- a) il comportamento degli investitori sottostante al CAPM appare piuttosto semplicistico e, comunque, non perfettamente rappresentativo della realtà. In equilibrio, infatti, ciascun soggetto dovrebbe detenere esclusivamente due tipologie di attività finanziarie: l'attività priva di rischio e il portafoglio di mercato (cosiddetta *two-fund-separation* o *separation theory*);
- b) il CAPM afferma che il rendimento di un'attività finanziaria è proporzionale – in funzione del valore assunto dal parametro beta – al premio per il rischio associato al portafoglio di mercato. Il modello, però, non specifica le variabili da cui dipende tale premio per il rischio;
- c) importanti verifiche empiriche hanno messo in discussione la principale conclusione del CAPM, secondo cui i rendimenti attesi dei titoli dovrebbero dipendere solo dal beta, che ne rappresenta la componente di rischio rilevante, ossia non eliminabile attraverso la diversificazione. Ad esempio, vi sono molti studi che evidenziano come i rendimenti mediamente realizzati sui titoli azionari in vari paesi sarebbero funzione, oltre che del coefficiente beta, anche del settore di appartenenza di una data impresa, della sua dimensione, del

⁵³ Cfr. Merton (1973); Ross (1976); Elton, Gruber (1995).

rapporto prezzo/utigli, del rapporto *price/book value*, del tasso di crescita degli utili attesi (fattore *g*), del rapporto di indebitamento (*leverage*). La capacità esplicativa del CAPM, dunque, sembrerebbe non essere perfetta⁵⁴;

d) non esiste una proxy universalmente accettabile per il portafoglio di mercato, che, in teoria, dovrebbe comprendere tutti gli investimenti esistenti (tra cui, ad esempio, anche i beni immobili). Come visto, le misure utilizzate nella pratica hanno sempre fatto riferimento solo a sottoinsiemi di investimenti: tipicamente, titoli azionari e inoltre, nella stragrande maggioranza dei casi, relativi a un solo paese. È evidente che ciò rende molto difficile esprimere un giudizio sulla validità teorica del CAPM.

Tutte le considerazioni finora svolte devono far comprendere al lettore che qualunque affermazione sulla validità del CAPM contiene inevitabilmente componenti di giudizio di valore. Per tale ragione, in via preliminare alla sua applicazione, occorrerebbe sempre maturare delle riflessioni in merito al rapporto costi/benefici derivante dall'utilizzo del modello in questione nell'ambito di una data operazione di corporate e investment banking.

In effetti, anche se oggi tale modello viene largamente utilizzato, non bisogna correre il rischio di considerarlo "perfetto" e il suo impiego nei casi concreti non deve essere meccanico, ma accompagnato dalla piena comprensione delle assunzioni e dei limiti a esso associati.

1.10 L'Arbitrage Pricing Theory (APT)⁵⁵

L'Arbitrage Pricing Theory, sviluppata da Ross⁵⁶ nel 1976, è un modello alternativo al CAPM per la determinazione del rendimento atteso dei titoli finanziari. Mentre quest'ultimo modello postula l'esistenza di una situazione di equilibrio del mercato finanziario, l'APT si basa su assunzioni meno restrittive, ovvero presuppone le seguenti condizioni:

- efficienza del mercato finanziario: gli operatori economici si comportano in modo tale da minimizzare i costi e massimizzare i ricavi;
- omogeneità delle aspettative degli operatori;
- comportamenti degli operatori economici orientati alla massimizzazione della ricchezza finale;
- possibilità di vendita di titoli allo scoperto;
- assenza di opportunità di arbitraggio.

⁵⁴ Per approfondite rassegne sugli studi che hanno tentato di testare empiricamente la validità del CAPM, si rimanda a Copeland *et al.* (1994); Ross *et al.* (1996); Damodaran (1997); Cattaneo (1999); Braealy, Myers (1999). Si faccia riferimento, inoltre, alle fondamentali analisi di Fama, French (1992, 1993 e 1997).

⁵⁵ Alcune parti del presente paragrafo sono tratte da Chiesi (2006).

⁵⁶ Ross (1976).

Con riferimento all'ultima ipotesi, la tavola 10 propone un'esemplificazione numerica del concetto di arbitraggio.

Tavola 10 - Un esempio di opportunità di arbitraggio

Titolo	Prezzo oggi	Prezzo fra 1 anno	
		Scenario 1	Scenario 2
A	60	120	30
B	70	100	50
C	80	116	46

Fonte: Floreani (1999).

Mentre al momento della valutazione i titoli A e B sono rispettivamente prezzati 60 e 70, a scadenza assumeranno un valore diverso in funzione dello specifico scenario che si verificherà. Poiché lo scenario 1 e lo scenario 2 possono manifestarsi con la medesima probabilità, il prezzo atteso a scadenza dei due titoli è il medesimo, pari a 75. Infatti:

$$E[P_A] = 0,5 \cdot 120 + 0,5 \cdot 30 = 75$$

$$E[P_B] = 0,5 \cdot 100 + 0,5 \cdot 50 = 75$$

Poiché il titolo A è caratterizzato da maggior volatilità, il valore di mercato al tempo zero è inferiore al titolo B: in virtù del minor rischio, il mercato sconta il risultato atteso di B a un tasso inferiore rispetto di quello applicato ad A. Il titolo C presenta sia nell'ipotesi favorevole, sia in quella sfavorevole risultati intermedi rispetto ai titoli A e B. Combinando in modo opportuno i primi due titoli è possibile costruire un portafoglio che replichi esattamente i risultati di C, sia nel primo, sia nel secondo scenario. Per trovare questa combinazione occorre risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} 120 \cdot x_a + 100 \cdot x_b = 116 \\ 30 \cdot x_a + 50 \cdot x_b = 46 \end{cases}$$

dal quale si ottiene che x_a e x_b sono rispettivamente pari a 0,4 e 0,68. È possibile costruire una posizione di replica⁵⁷ dei risultati di C spendendo:

$$P_{RC} = 0,4 \cdot 60 + 0,68 \cdot 70 = 71,6$$

⁵⁷ Il valore del portafoglio di replica nei due possibili scenari viene calcolato tenendo conto dei pesi assunti dai titoli A e B nel portafoglio stesso. Se a scadenza si verifica lo scenario 1, il valore del portafoglio si ottiene attraverso la seguente espressione:

$${}_1P_{RC} = 0,4 \cdot 120 + 0,68 \cdot 100 = 116$$

Se si verifica lo scenario 2, il portafoglio di replica assume un valore pari a:

$${}_2P_{RC} = 0,4 \cdot 30 + 0,68 \cdot 50 = 46$$

In entrambi gli scenari il portafoglio di replica ha lo stesso valore del portafoglio C.

Poiché il prezzo del titolo C è superiore al costo del portafoglio di replica, un investitore può vendere allo scoperto il titolo C, incassando 80, e investire 71,6 per acquistare, con le proporzioni sopra individuate, i titoli A e B. A scadenza l'investitore può rivendere i titoli A e B e con quanto incassato, rispettivamente 116 nel caso favorevole e 46 in quello sfavorevole⁵⁸, acquistare il titolo C saldando la propria posizione, senza correre alcun rischio; in altri termini, l'investitore ha potuto incassare 8,4 senza investire denaro e senza correre alcun tipo di rischio.

Un'operazione di questo tipo può essere ripetuta più volte sia dal medesimo investitore, sia da altri operatori perché non presuppone alcuna uscita monetaria. La ripetizione dell'operazione causa, tuttavia, un eccesso di domanda per i titoli A e B e un eccesso di offerta per il titolo C⁵⁹, con conseguente riaggiustamento dei prezzi dei tre titoli considerati. L'incremento del prezzo di A e B a causa dell'eccesso di domanda e il decremento del prezzo di C per eccesso di offerta determinano la progressiva riduzione del margine di guadagno connesso all'operazione di arbitraggio (inizialmente pari a 8,4) fino al suo annullamento. Nei mercati finanziari si creano continuamente occasioni di arbitraggio su valute e titoli, ma tali opportunità, peraltro con scarti di prezzo assai ridotti, sono immediatamente colte da investitori professionali che usano sistemi automatici per l'individuazione di tali possibilità. Il mercato è quindi in grado di annullare in breve tempo tali occasioni: l'ipotesi di assenza di arbitraggio postulata dall'APT può quindi essere ritenuta un'accettabile rappresentazione della realtà.

L'APT ipotizza che il prezzo delle attività finanziarie sia influenzato da una serie di fattori di rischio. Alcuni sono di tipo macroeconomico, ovvero impattano su tutti i titoli (benché con intensità e segni diversi). Tali fattori sono riconducibili al prezzo del petrolio, all'andamento dei tassi di interesse, all'inflazione, all'andamento del Pil, ecc. Altri fattori, al contrario, sono specifici della singola azienda, come le innovazioni tecnologiche settoriali, i rapporti con i dipendenti, i risultati reddituali dell'impresa, i cambiamenti nel management, ecc. Gli investitori conoscono l'impatto che queste variabili esercitano sui rendimenti dei titoli e formulano delle aspettative in merito alla loro futura evoluzione. I prezzi dei titoli, in ogni istante temporale, incorporano queste attese; l'effettivo andamento futuro di tali fattori aleatori può, tuttavia, divergere da quanto previsto dagli investitori. Ad esempio, una riduzione non prevista del prezzo del petrolio determina una riduzione inaspettata dei costi sostenuti dall'impresa, con effetti positivi sui profitti della stessa. Quando tale informazione viene incorporata nei prezzi, si verifica un incremento degli stessi con positiva ricaduta sui rendimenti conseguiti dai detentori del titolo. La variazione inattesa potrebbe avere anche impatto negativo (ad esempio un rialzo del prezzo del petrolio), con esito deprim-

⁵⁸ Vedi nota 57.

⁵⁹ Gli investitori che detengono il portafoglio C desiderano vendere il titolo perché possono raggiungere il medesimo pay-off a scadenza utilizzando A e B.

mente sui prezzi del titolo e quindi sui rendimenti effettivamente conseguiti dai possessori di quegli strumenti finanziari.

A causa della presenza di molteplici fattori di rischio, l'APT ipotizza che il rendimento effettivo conseguito da un titolo in un certo arco temporale sia descritto dalla (24):

$$R_i = \alpha_i + \beta_{i1} \cdot F_1 + \beta_{i2} \cdot F_2 + \beta_{i3} \cdot F_3 + \dots + \beta_{ik} \cdot F_k + \varepsilon_i \quad (24)$$

dove:

α_i = componente del rendimento del titolo *i*-esimo indipendente dai fattori di rischio F_k

β_{ik} = coefficiente che misura la sensibilità del titolo *i*-esimo rispetto all'andamento del fattore F_k

F_k = valore assunto dal fattore di rischio *k*-esimo

ε_i = fattore casuale di rendimento, indipendente dagli altri fattori di rischio, caratterizzato da valore atteso nullo ($E[\varepsilon_i] = 0$) e volatilità non nulla ($\sigma_{\varepsilon_i}^2 > 0$).

La (25) rappresenta il rendimento atteso del titolo formulata sulla base della (24), tenendo conto che la componente aleatoria indipendente dagli altri fattori di rischio ha valore atteso pari a zero:

$$E[R_i] = \alpha_i + \beta_{i1} \cdot E[F_1] + \beta_{i2} \cdot E[F_2] + \beta_{i3} \cdot E[F_3] + \dots + \beta_{ik} \cdot E[F_k] \quad (25)$$

dove:

$E[F_k]$ = valore atteso del fattore di rischio *k*-esimo.

Sottraendo dalla (24) la (25) e svolgendo qualche passaggio algebrico, si ottiene la seguente espressione:

$$R_i = E[R_i] + \beta_{i1} \cdot (F_1 - E[F_1]) + \beta_{i2} \cdot (F_2 - E[F_2]) + \beta_{i3} \cdot (F_3 - E[F_3]) + \dots + \beta_{ik} \cdot (F_k - E[F_k]) + \varepsilon_i$$

Infine, ponendo:

$$f_k = (F_k - E[F_k])$$

Si ottiene la seguente espressione:

$$R_i = E[R_i] + \beta_{i1} \cdot f_1 + \beta_{i2} \cdot f_2 + \beta_{i3} \cdot f_3 + \dots + \beta_{ik} \cdot f_k + \varepsilon_i \quad (26)$$

Nella (26), $E[R_i]$ rappresenta il rendimento atteso del titolo, f_1, f_2, \dots, f_k esprimono le variazioni inattese nei valori assunti dai fattori di rischio $1, 2, \dots, k$. $\beta_{i1}, \beta_{i2}, \dots, \beta_{ik}$ misurano l'effetto che tali variazioni producono sui rendimenti del singolo titolo. Infine, il termine ε_i esprime la variazione inattesa nel rendimento dell'attività finanziaria dovuto a cause specifiche. Il significato economico dei β_{ik} è

simile a quello del β postulato dal CAPM, poiché esprime la variazione del rendimento del singolo titolo al variare del fattore di rischio ipotizzato. Se f_t rappresenta le variazioni inattese del prezzo del petrolio, molte imprese presentano coefficiente β_{it} con segno negativo, poiché i titoli reagiscono negativamente al rialzo del prezzo del petrolio. Analogamente al CAPM, l'APT si pone l'obiettivo di esplicitare una formula che consenta di calcolare il rendimento atteso di un titolo. In questo paragrafo viene dapprima proposto il caso semplificato che prevede l'esistenza di un solo fattore di rischio. I risultati sono, in seguito, estesi a situazioni che prevedono due o più fattori di rischio. Il rendimento effettivo ottenuto dal generico titolo i -esimo, modellizzato attraverso la versione monofattoriale della (26) assume la seguente formulazione:

$$R_i = E[R_i] + \beta_{it} \cdot f_t + \varepsilon_i \quad (27)$$

In modo analogo, il rendimento effettivo di un portafoglio P, composto da titoli caratterizzati da rendimenti effettivi modellizzati sulla base della (27) assume la seguente formulazione:

$$R_p = \sum_{i=1}^n w_i \cdot R_i = \sum_{i=1}^n w_i \cdot E[R_i] + \sum_{i=1}^n w_i \cdot \beta_{it} \cdot f_t + \sum_{i=1}^n w_i \cdot \varepsilon_i \quad (28)$$

nella quale w_i è il peso percentuale del titolo i -esimo nel portafoglio P. Ponendo:

$$E[R_p] = \sum_{i=1}^n E[R_i]$$

$$\beta_{pt} = \sum_{i=1}^n \beta_{it}$$

$$e_p = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i$$

è possibile riscrivere la (28) nel seguente modo:

$$R_p = E[R_p] + \beta_{pt} \cdot f_t + \varepsilon_p \quad (29)$$

Se il portafoglio P è sufficientemente diversificato, il contributo delle componenti di rischio specifico (ε_i), al crescere del numero dei titoli, tende ad annullarsi, analogamente a quanto avviene nel CAPM, lasciando spazio alla sola componente sistematica, media ponderata della sensibilità con cui i diversi titoli reagiscono all'unico fattore di rischio ipotizzato. La (29) può quindi essere scritta eliminando la componente di rischio idiosincratico:

$$R_p = \sum_{i=1}^n w_i \cdot R_i = E[R_p] + \beta_{pt} \cdot f_t \quad (30)$$

Si ipotizzi ora l'esistenza di due generici portafogli diversificati, X e Y, caratterizzati dal medesimo β_{pt} , ovvero dalla medesima sensibilità rispetto al fattore di rischio F_t . Tali portafogli presentano il medesimo prezzo atteso al tempo 1, tuttavia sono caratterizzati da prezzi differenti al tempo 0. Questa circostanza genera un diverso rendimento atteso per i due portafogli. Si ipotizzi in particolare che $E[R_x]$ sia maggiore di $E[R_y]$. È possibile costruire un portafoglio XY vendendo allo scoperto il titolo Y e acquistando, con quanto incassato, il titolo X. Tale strategia consente di conseguire un utile certo a fronte di un investimento nullo, in quanto:

- l'esborso per acquistare il portafoglio X viene finanziato con la vendita allo scoperto del portafoglio Y; poiché, a parità di prezzo atteso, $E[R_x]$ è maggiore di $E[R_y]$, P_x risulta essere maggiore di P_y ;
- il portafoglio XY non è esposto ad alcun rischio poiché è immunizzato rispetto all'unico fattore aleatorio F_t ; i due portafogli, caratterizzati dallo stesso beta, assumono nel portafoglio XY peso opposto poiché Y viene venduto allo scoperto;
- poiché P_x è maggiore di P_y , il portafoglio XY consente di ottenere un utile certo, dato dalla differenza tra P_x e P_y , senza assunzione di rischio e senza effettuare alcun investimento.

La situazione prospettata è analoga a quella dell'arbitraggio evidenziata nella tavola 10. Poiché l'APT ipotizza l'assenza di tali opportunità, un'operazione così configurata deve generare un profitto nullo. Affinché questa condizione si realizzi è necessaria l'uguaglianza dei rendimenti attesi di portafogli caratterizzati da medesimi β_{pt} e quindi l'uguaglianza dei relativi prezzi⁶⁶.

Si ipotizzi ora di costruire il portafoglio AB utilizzando i portafogli A e B (caratterizzati da diverso β_{pt}), con pesi rispettivamente pari a w_a e w_b tali per cui:

$$\begin{cases} w_a + w_b = 1 \\ w_a \cdot \beta_{at} + w_b \cdot \beta_{bt} = 0 \end{cases} \quad (31)$$

Anche questa strategia di investimento è immunizzata rispetto al fattore di rischio F_t , poiché combinando con pesi adeguati i portafogli A e B si azzerava l'esposizione verso il comune fattore di rischio. Risolvendo il sistema esposto nella (31) si ottiene:

$$w_a = \frac{-\beta_{bt}}{\beta_{at} - \beta_{bt}}; \quad w_b = \frac{\beta_{at}}{\beta_{at} - \beta_{bt}} \quad (32)$$

Poiché il portafoglio è immunizzato rispetto al fattore F_t , il suo risultato a scadenza è certo. Pertanto, è possibile scrivere il rendimento atteso del portafoglio AB con la seguente notazione:

⁶⁶ L'ipotesi di assenza di arbitraggi dovuta all'uguaglianza del prezzo di portafogli che generano il medesimo pay off a scadenza viene spesso definita "legge del prezzo unico".

$$E[R_{ab}] = w_a \cdot E[R_a] + w_b \cdot E[R_b] = r_f \quad (33)$$

Sostituendo a w_a e w_b i pesi individuati nella (32) si ottiene:

$$\frac{-\beta_{b1}}{\beta_{a1} - \beta_{b1}} \cdot E[R_a] + \frac{\beta_{a1}}{\beta_{a1} - \beta_{b1}} \cdot E[R_b] = r_f \quad (34)$$

Dalla (34) con un passaggio algebrico si arriva alla seguente formulazione:

$$\frac{E[R_a] - r_f}{\beta_{a1}} = \frac{E[R_b] - r_f}{\beta_{b1}} \quad (35)$$

La (35) mostra che il portafoglio A e il portafoglio B sono caratterizzati dall'uguaglianza del rapporto che presenta al numeratore la differenza tra il rendimento atteso del singolo portafoglio e il tasso privo di rischio e, al denominatore, il β_{p1} di ogni specifico portafoglio. Poiché A e B, ipotizzati con diverso β_{p1} , sono due generici portafogli, tale relazione deve valere per tutti gli altri possibili portafogli diversificati, indipendentemente dal valore assunto dai singoli β_{p1} . Il generico rapporto evidenziato nella (35) può quindi essere posto pari alla costante π_1 :

$$\frac{E[R_p] - r_f}{\beta_{p1}} = \pi_1 \quad (36)$$

La (36) può essere espressa nella seguente forma:

$$E[R_p] = r_f + \pi_1 \cdot \beta_{p1} \quad (37)$$

La (37) mostra che il rendimento atteso del generico portafoglio diversificato P dipende dal grado di esposizione al fattore di rischio, espresso da β_{p1} , moltiplicato per π_1 , ovvero il premio al rischio legato a quello specifico fattore. Se il grado di esposizione è nullo, il rendimento coincide con il tasso privo di rischio. La relazione evidenziata dalla (37) vale per portafogli diversificati, tuttavia, poiché gli investitori sono avversi al rischio, gli unici portafogli cui essi sono interessati sono questi ultimi, poiché consentono, a parità di rendimento atteso, la riduzione del rischio in virtù dell'eliminazione della componente di rischio sistematico. Il legame fra rendimento atteso e rischio espresso dalla (37) può essere rappresentato nel piano cartesiano evidenziato dalla figura 14 ponendo, per ogni portafoglio, in ascissa il valore assunto dal coefficiente β_{p1} e in ordinata il rendimento atteso.

Nel piano cartesiano sono presenti i punti A e B, che rappresentano le combinazioni rischio-rendimento dei portafogli A e B: il punto A è individuato dalla combinazione $(E[R_a], \beta_{a1})$ mentre il punto B è individuato dalla combinazione $(E[R_b], \beta_{b1})$; congiungendo i due punti si ottiene la semiretta rappresentata nel grafico. Si ipotizzi, ad esempio, che i portafogli A e B abbiano le caratteristiche riportate nella tavola 11.

Figura 14 - Rappresentazione grafica del legame tra rischio e rendimento per portafogli soggetti a un unico fattore aleatorio

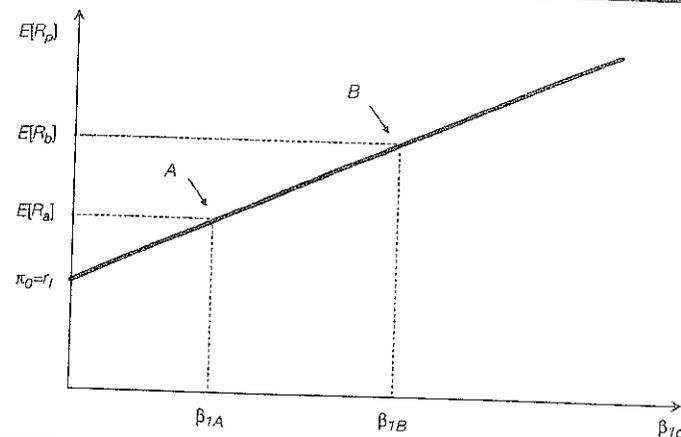


Tavola 11 - Rendimento atteso ed esposizione al fattore di rischio di due portafogli

	β_{p1}	$E[R_p]$
Portafoglio A	1	14%
Portafoglio B	0,2	6%

È possibile individuare l'equazione della semiretta rappresentata nella figura 14 risolvendo il seguente sistema di equazioni, nelle quali π_0 rappresenta l'intercetta della retta e π_1 denota il coefficiente angolare:

$$\begin{cases} \pi_0 + \pi_1 \cdot 0,2 = 0,06 \\ \pi_0 + \pi_1 \cdot 1 = 0,14 \end{cases}$$

Da cui si ottiene:

$$\begin{cases} \pi_0 = 0,04 = 4\% \\ \pi_1 = 0,1 = 10\% \end{cases}$$

Infine, ipotizzando l'esistenza di un tasso privo di rischio, è possibile scrivere:

$$\pi_0 = r_f = 4\%$$

Come già evidenziato in precedenza, poiché A e B sono due generici portafogli, e avendo ipotizzato l'assenza di arbitraggi, tutti gli altri possibili portafogli si pongono sulla stessa semiretta. Se esistesse, ad esempio, un portafoglio C in grado di fornire il medesimo rendimento atteso di una qualsiasi combinazione

lineare di A e B, ma fosse caratterizzato da un prezzo inferiore, sarebbe possibile vendere allo scoperto i portafogli A e B e con quanto incassato comprare C, ottenendo un utile certo. A scadenza, vendendo il portafoglio C è possibile ottenere l'importo necessario per comprare i portafogli A e B con le proporzioni in precedenza vendute allo scoperto e chiudere la posizione. Tuttavia, la progressiva ripetizione dell'operazione descritta causerebbe l'incremento del prezzo del portafoglio C, annullando le opportunità di arbitraggio. Il progressivo incremento del prezzo di C causerebbe la riduzione del relativo rendimento atteso fino a quando la combinazione rischio-rendimento che caratterizza il portafoglio C non si sia posta sulla semiretta in precedenza individuata. È quindi possibile concludere che qualsiasi combinazione lineare dei portafogli A e B si pone sulla medesima semiretta, che descrive tutte le possibili combinazioni rischio rendimento ottenibili in quel mercato.

Come evidenziato nella (36) il coefficiente angolare della semiretta, ovvero il parametro π_1 , può essere calcolato indifferentemente attraverso i due seguenti rapporti:

$$\begin{cases} \pi_1 = \frac{E[R_a] - r_f}{\beta_{a1}} = \frac{6\% - 4\%}{0,2} = 0,1 = 10\% \\ \pi_1 = \frac{E[R_b] - r_f}{\beta_{b1}} = \frac{14\% - 4\%}{1} = 0,1 = 10\% \end{cases}$$

Nell'esempio proposto π_1 risulta pari al 10% e rappresenta il premio al rischio relativo al fattore di rischio F_1 , ovvero la quantità di rendimento addizionale che gli investitori si attendono a fronte dell'assunzione di un'unità addizionale di rischio, misurata attraverso il coefficiente β_{p1} . Conclusioni analoghe possono essere tratte ipotizzando la presenza di due o più fattori di rischio. Si considerino, ad esempio, i portafogli diversificati, M, N, O con le caratteristiche riportate nella tavola 12.

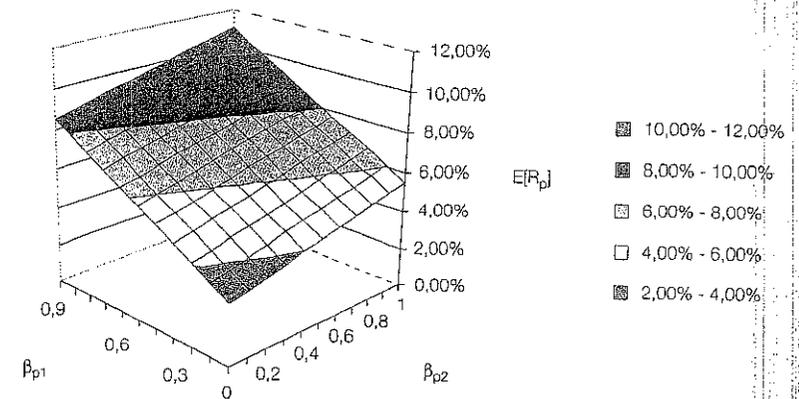
Tavola 12 - Rendimenti attesi ed esposizione a due fattori aleatori di tre portafogli

	β_{p1}	β_{p2}	$E[R_p]$
Portafoglio M	0,4	0,1	5,45%
Portafoglio N	0,6	0,3	7,05%
Portafoglio O	0,8	0,7	9,15%

Diversamente dal caso con un solo fattore di rischio, ogni possibile combinazione rischio-rendimento dei tre portafogli individua un punto nello spazio tridimensionale ($\beta_{p1}, \beta_{p2}, E[R_p]$), rappresentato nella figura 15.

Le possibili combinazioni rischio-rendimento ottenibili attraverso l'uso dei portafogli illustrati nella tavola 12 non si pongono su una retta, come accade per il caso con un solo fattore di rischio, ma su un piano nel quale, a seconda del va-

Figura 15 - Le possibili combinazioni rischio-rendimento ipotizzando due fattori aleatori



lore assunto dai coefficienti β_{p1} e β_{p2} , corrisponde un certo rendimento atteso. In modo analogo a quanto fatto in precedenza per il caso con un solo fattore di rischio, è possibile ottenere l'equazione del piano rappresentato nella figura 15 risolvendo il sistema formato dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \pi_0 + \pi_1 \cdot 0,4 + \pi_2 \cdot 0,1 = 0,0545 \\ \pi_0 + \pi_1 \cdot 0,6 + \pi_2 \cdot 0,3 = 0,0705 \\ \pi_0 + \pi_1 \cdot 0,8 + \pi_2 \cdot 0,7 = 0,0915 \end{cases}$$

Da cui si ottiene:

$$\begin{cases} \pi_0 = 0,03 = 3\% \\ \pi_1 = 0,055 = 5,5\% \\ \pi_2 = 0,025 = 2,5\% \end{cases}$$

Il parametro π_0 rappresenta l'intercetta del piano, ovvero il valore assunto dalla variabile dipendente (rendimento atteso del portafoglio) quando i coefficienti β_{p1} e β_{p2} sono nulli. Ipotizzando l'esistenza di un tasso privo di rischio, è possibile sostituire π_0 con r_f . Il parametro π_1 misura di quanto varia il valore del rendimento atteso a fronte di un aumento unitario del parametro β_{p1} ; π_2 rappresenta quindi la pendenza del piano⁶¹ misurata rispetto all'asse della variabile β_{p1} .

⁶¹ In altri termini, il parametro π_1 rappresenta la derivata parziale del rendimento atteso rispetto alla variabile β_{p1} .

Allo stesso modo, il parametro π_2 misura di quanto varia il valore del rendimento atteso a fronte di un aumento unitario del parametro β_{p2} . Le combinazioni rischio rendimento che giacciono sul piano raffigurato nella figura 15 sono descritte dalla (38):

$$E[R_p] = 3\% + 5,5\% \cdot \beta_{p1} + 2,5\% \cdot \beta_{p2} \quad (38)$$

Ad esempio, il portafoglio MN, formato al 50% dal portafoglio M e al 50% dal portafoglio N presenta le seguenti caratteristiche:

$$\beta_{p1} = 0,5 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,4 = 0,5$$

$$\beta_{p2} = 0,5 \cdot 0,3 + 0,5 \cdot 0,1 = 0,2$$

$$E[R_p] = 0,5 \cdot 0,0545 + 0,5 \cdot 0,0705 = 0,0625 = 6,25\%$$

A conferma dei risultati ottenuti, applicando la (38) si ottiene:

$$E[R_p] = 3\% + 5,5\% \cdot 0,5 + 2,5\% \cdot 0,2 = 6,25\%$$

L'espressione che definisce il rendimento di un generico portafoglio diversificato nel caso di due fattori di rischio è data dalla seguente espressione:

$$E[R_i] = \pi_0 + \pi_1 \cdot \beta_{i1} + \pi_2 \cdot \beta_{i2} \quad (39)$$

La dimostrazione formale della (39), ovvero della formula che esprime il rendimento atteso di un portafoglio esposto a due fattori di rischio (e generalizzabile al caso con n fattori di rischio) presuppone nuovamente la costruzione di un portafoglio privo di rischio. In particolare, il portafoglio dovrebbe avere le seguenti caratteristiche:

$$w_p = \sum_{i=1}^n w_i = 0 \quad (40)$$

La (40) evidenzia che il portafoglio non prevede alcun investimento.

$$b_{p1} = \sum_{i=1}^n w_i \beta_{i1} = 0 \quad (41)$$

La (41) implica che il portafoglio è immunizzato rispetto al fattore di rischio F_1 .

⁶² In modo analogo a π_1 , π_2 rappresenta la derivata parziale del rendimento atteso rispetto alla variabile β_{p2} .

$$b_{p2} = \sum_{i=1}^n w_i \beta_{i2} = 0 \quad (42)$$

La (42) implica che il portafoglio è immunizzato rispetto al fattore di rischio F_2 .

$$e_p = \sum_{i=1}^n w_i e_i = 0 \quad (43)$$

La (43) implica che il portafoglio ottenuto aggregando i diversi portafogli diversificati minimizza la componente di rischio specifico. Poiché il portafoglio è privo di rischio e non comporta alcun investimento, il rendimento atteso dovrebbe essere nullo, ovvero:

$$E[R_p] = 0 \quad (44)$$

Esiste una particolare combinazione lineare della (40), della (41) e della (42) che fa ottenere questo risultato, ovvero:

$$\pi_0 \cdot w_p + \pi_1 \cdot \beta_{p1} + \pi_2 \cdot \beta_{p2} = 0 \quad (45)$$

è quindi possibile scrivere:

$$E[R_p] = \pi_0 \cdot w_p + \pi_1 \cdot \beta_{p1} + \pi_2 \cdot \beta_{p2} \quad (46)$$

Sostituendo a w_p , β_{p1} e β_{p2} le corrispondenti espressioni illustrate nella (41), nella (42) e nella (43) si ottiene:

$$E[R_p] = \pi_0 \cdot \sum_{i=1}^n w_i + \pi_1 \cdot \sum_{i=1}^n w_i \beta_{i1} + \pi_2 \cdot \sum_{i=1}^n w_i \beta_{i2} \quad (47)$$

Raccogliendo a fattor comune $\sum_{i=1}^n w_i$ si ottiene:

$$E[R_p] = \sum_{i=1}^n w_i (\pi_0 + \pi_1 \cdot \beta_{i1} + \pi_2 \cdot \beta_{i2}) \quad (48)$$

Poiché, per definizione:

$$E[R_p] = \sum_{i=1}^n w_i E[R_i] \quad (49)$$

sottraendo la (49) dalla (48) si ottiene:

$$0 = \sum_{i=1}^N w_i (\pi_0 + \pi_1 \cdot \beta_{i1} + \pi_2 \cdot \beta_{i2}) - \sum_{i=1}^N w_i E[R_i]$$

e quindi:

$$\sum_{i=1}^N E[R_i] = \sum_{i=1}^N w_i (\pi_0 + \pi_1 \cdot \beta_{i1} + \pi_2 \cdot \beta_{i2}) \quad (50)$$

Infine, semplificando la (50) si ottiene:

$$E[R_i] = \pi_0 + \pi_1 \cdot \beta_{i1} + \pi_2 \cdot \beta_{i2} \quad (51)$$

La (51) è l'espressione che definisce il rendimento atteso dell'*i*-esimo portafoglio diversificato soggetto ai fattori di rischio F_1 e F_2 . Per comprendere il significato dei coefficienti π_0 , π_1 e π_2 occorre analizzare le caratteristiche dei tre portafogli riportati nella tavola 13.

Tavola 13 - Esposizione a due fattori aleatori di tre portafogli

Portafoglio	β_{p1}	β_{p2}
P_0	0	0
P_1	1	0
P_2	0	1

Applicando la (51), si ottengono le seguenti formulazioni in merito ai rendimenti attesi dei portafogli riportati nella tavola 13:

$$E[R_{P0}] = \pi_0 \quad (52)$$

$$E[R_{P1}] = \pi_0 + \pi_1 \quad (53)$$

$$E[R_{P2}] = \pi_0 + \pi_2 \quad (54)$$

Sostituendo nella (53) e nella (54) a π_0 la corrispondente espressione definita dalla (52) e svolgendo un passaggio algebrico si ottengono le seguenti formule:

$$\pi_1 = E[R_{P1}] - \pi_0 \quad (55)$$

$$\pi_2 = E[R_{P2}] - \pi_0 \quad (56)$$

La (55) evidenzia che π_1 misura il sovra-rendimento atteso, rispetto a un portafoglio privo di rischio, di un portafoglio esposto unicamente al fattore aleatorio F_1 . Analogamente, π_2 indica il sovra-rendimento atteso, rispetto a un portafoglio privo di rischio, di un portafoglio esposto unicamente al fattore aleato-

rio F_2 . Generalizzando la (51) si ottiene la (57), che definisce il rendimento atteso, secondo l'APT, di un portafoglio esposto a k fattori di rischio:

$$E[R_i] = r_f + \pi_1 \cdot \beta_{i1} + \pi_2 \cdot \beta_{i2} + \dots + \pi_k \cdot \beta_{ik} \quad (57)$$

In modo analogo a un portafoglio, il rendimento atteso di un titolo è dato dalla sommatoria dei premi legati ai singoli fattori di rischio moltiplicati per la sensibilità con cui il titolo reagisce a variazioni degli stessi. Infatti, "ogni azione deve offrire un rendimento atteso coerente con il suo contributo al rischio del portafoglio. Secondo l'APT questo contributo dipende dalla sensibilità dei rendimenti dell'azione alle variazioni inattese dei fattori macroeconomici"⁶³.

L'APT incontra maggiori problemi applicativi rispetto al CAPM. Mentre quest'ultimo modello postula che tutti gli investitori detengano una quota del portafoglio di mercato, con l'APT non esiste un portafoglio rischioso oggettivamente ottimo secondo la logica definita da Tobin⁶⁴. I singoli investitori scelgono di detenere portafogli diversificati, ma il modello non evidenzia quanti titoli debbano esservi contenuti al fine di considerare diversificato il portafoglio. Inoltre, il modello, che può essere formulato ipotizzando k fattori di rischio, non fornisce alcuna indicazione in merito a quali e quanti fattori di rischio debbano esservi compresi. Infatti, tali variabili potrebbero essere legate all'andamento del Pil, del petrolio, dell'inflazione o di altri fattori macroeconomici. Nel CAPM l'unico fattore di rischio è la volatilità del portafoglio di mercato: il rendimento atteso del singolo titolo dipende della sensibilità, misurata dal beta, al rendimento atteso del singolo titolo dipende della sensibilità, misurata dal beta, a riflettere i movimenti dell'unica variabile aleatoria rilevante. È pertanto possibile considerare il CAPM come un caso particolare dell'APT: quest'ultimo modello, partendo da assunzioni meno forti e più aderenti alla realtà dei mercati finanziari, consente di giungere a risultati più generali rispetto al CAPM.

1.11 L'evoluzione degli studi relativi al CAPM e all'APT

Dopo la formulazione originaria del CAPM, a opera di Sharpe (1964), i successivi contributi di Lintner (1965) e Black (1972), non solo ne hanno migliorato la portata esplicativa attraverso generalizzazioni del modello, ma hanno prodotto le prime verifiche in merito all'efficacia per l'interpretazione dei rendimenti dei titoli azionari.

Fama e MacBeth (1973) evidenziano le premesse teoriche e le modalità operative per effettuare test sull'attendibilità dei risultati forniti dal modello. In particolare, è importante sottolineare la differenza tra il beta reale che caratterizza ogni titolo, dato non conosciuto, e il beta che è possibile stimare attraverso le re-

⁶³ Brealey, Myers, Sandri (2003).

⁶⁴ Tobin (1958).

gressioni univariate o multivariate sui rendimenti azionari. Gli autori introducono, inoltre, la necessità di verificare in termini empirici quattro importanti ipotesi del modello al fine di valutare se il CAPM fornisce risultati confermati dalla realtà dei mercati finanziari.

La prima ipotesi da testare si riferisce alla relazione tra il rendimento effettivo di un titolo e quello del portafoglio di massima diversificazione, come definito secondo l'approccio di Tobin: il legame dovrebbe essere di tipo lineare e non esponenziale. La seconda questione fa riferimento all'adeguatezza del beta come misura del rischio di un titolo o di un portafoglio rispetto al paniere complessivo del mercato; ciò comporterebbe l'assenza di valori sistematicamente diversi da zero per fattori di rischio diversi dal beta stesso. La terza ipotesi da testare è la presenza di migliori performance medie associate a politiche di investimento caratterizzate da maggior beta e quindi maggior rischio; tale ipotesi deriva dall'avversione al rischio degli operatori. Infine, l'ultimo aspetto riguarda l'adeguatezza dell'originale formulazione del CAPM da parte di Sharpe (1964) nella quale il valore atteso dell'intercetta regressiva è posto pari al valore assunto dal tasso privo di rischio.

Poiché le prime tre ipotesi sono confermate, mentre la quarta non trova riscontri empirici, Fama e McBeth affermano che la miglior formulazione del CAPM è quella proposta da Black (1972): essa pone come intercetta del modello il rendimento di un titolo o di un portafoglio incorrelato al rischio del portafoglio di mercato al posto del tasso *risk free*.

Mentre le analisi di Fama e McBeth sembrano confermare la validità del CAPM come modello generale di equilibrio del mercato, di stima dei rendimenti e, nella formulazione proposta da Rubinstein (1973), come modello di stima dei prezzi dei titoli, le prime critiche al CAPM vengono formulate da Basu (1977). L'autore analizza la relazione tra *price earning ratio*⁶⁵ e performance azionarie simulando politiche di investimento in portafogli costruiti sulla base dei valori assunti dall'indicatore in parola. I risultati mostrano che nei prezzi sono incorporate aspettative troppo ottimistiche in merito alla futura crescita degli utili e dei dividendi: i portafogli composti da titoli caratterizzati da modesti valori del P/E ottengono sia rendimenti assoluti, sia rendimenti corretti per il rischio⁶⁶ sistematicamente superiori a quelli ottenuti da portafogli composti da titoli caratterizzati da elevati valori del rapporto. Il comportamento dei rendimenti azionari non sembra quindi essere adeguatamente descritto dalle ipotesi di efficienza dei mercati su cui si basa il CAPM.

Anche Banz (1981) simula politiche di investimento discriminando le azioni in base a un indicatore di mercato, ovvero la capitalizzazione. I risultati ottenuti mostrano che i rendimenti corretti per il rischio dei portafogli composti da azioni di società di dimensione ridotta sono più elevati di quelli ottenibili con una

⁶⁵ Per l'interpretazione del significato di questo indicatore si rimanda al capitolo 6.

⁶⁶ Per correggere un rendimento per il rischio si sottrae dal rendimento effettivo il rendimento atteso stimato sulla base del CAPM.

politica di investimento focalizzata su titoli di aziende di grande dimensione. L'autore avanza l'ipotesi di un'errata specificazione del modello di equilibrio dei mercati finanziari che, nella formulazione originaria, può aver tralasciato variabili importanti per interpretare i rendimenti. Il fenomeno osservato, tuttavia, non è stabile nel tempo; inoltre, i risultati ottenuti non consentono di capire se la dimensione è un effettivo fattore di rischio oppure se rappresenta una proxy di un altro fattore aleatorio che nella realtà impatta sui rendimenti azionari.

I risultati ottenuti da Reinganum (1981) consentono di rifiutare l'ipotesi congiunta di adeguatezza del CAPM e di efficienza dei mercati. L'autore analizza le performance ottenute da portafogli costruiti in modo disgiunto sulla base della dimensione e del *price earning*, evidenziando una sistematica diversità rispetto ai rendimenti attesi secondo il modello di Sharpe. La persistenza di tali anomalie riduce la probabilità che tali risultati siano generati da inefficienze di mercato; l'autore, al contrario, propende per l'ipotesi di un'errata specificazione del CAPM. Le simulazioni di politiche di investimento in portafogli costruiti in modo congiunto sulla base degli indicatori prima menzionati mostrano che la capitalizzazione assorbe gran parte dell'effetto dovuto all'altra variabile. L'autore ipotizza che tali anomalie di comportamento possano essere legate alla stessa tipologia di fattori omissi dal CAPM.

Basu (1983) analizza la relazione tra *earning yield*⁶⁷, dimensione aziendale (approssimata dalla capitalizzazione di borsa) e i rendimenti dei titoli quotati al New York Stock Exchange (NYSE). Portafogli composti da titoli caratterizzati da elevati E/P ottengono, in media, rendimenti corretti per il rischio più elevati di quelli composti da titoli che presentano ridotti valori dell'indicatore. Diversamente da Reinganum, l'autore afferma che l'effetto legato all'E/P è autonomo da quello dimensionale: ritiene, infatti, che le due variabili siano proxy di più fondamentali fattori aleatori che il CAPM omette.

Anche Brown, Kleidon e Marsh (1983) sostengono che le imprese di dimensione ridotta tendono a produrre rendimenti più elevati di quelli attesi secondo il CAPM. Diversamente dagli autori finora citati, Stoll e Whalley (1983) osservano che per investimenti con durata inferiore a tre anni i sovrarendimenti non sono statisticamente diversi da zero; inoltre, tenendo conto che i costi di transazione possono annullare eventuali surplus di rendimento, i risultati empirici risultano coerenti con il CAPM. Chen (1983) evidenzia che l'effetto dimensionale può essere tenuto in considerazione attraverso una regressione multivariata; secondo questa impostazione il mercato è da ritenersi efficiente.

Chan, Chen e Hsieh (1985) propongono una specificazione dell'APT di Ross (1976) per spiegare l'effetto dovuto alle ridotte dimensioni. Gli autori tengono conto sia dei risultati di Banz e di Reinganum, che rifiutano l'ipotesi congiunta di efficienza dei mercati e di adeguatezza del CAPM, sia di quelli di Chen, e propongono una formulazione multifattoriale che abbandona la logica univariata del CAPM considerando sei fattori di rischio:

⁶⁷ È il reciproco del *price earning*.

- EWNY (*Equally Weighted NYSE Stock Index*): indicatore che rappresenta i rendimenti ottenuti da un indice azionario che pondera in modo uniforme le azioni quotate nel NYSE;
- IPISA: indicatore che misura il tasso di crescita della produzione industriale dal mese t al mese $t + 1$ corretto per l'effetto di stagionalità;
- DEI: indicatore che riflette i cambiamenti nell'inflazione attesa;
- UITB: indicatore che riflette l'inflazione inattesa, calcolata come differenza tra l'inflazione effettiva e quella attesa;
- PREM: differenza tra i rendimenti offerti dai titoli obbligazionari rischiosi (rating inferiore a BAA) e quelli dei titoli di Stato a lungo termine;
- UTS: differenza tra i rendimenti sui titoli di Stato a lungo termine e il tasso dei titoli di Stato a breve termine.

Correggendo le performance dei portafogli azionari attraverso i coefficienti di sensibilità associati alle variabili sopra menzionate, la differenza tra i rendimenti delle small e quelli delle big diminuisce notevolmente, passando dal 12% (differenze mediamente registrate da Banz e Reinganum) al 2%. Nella regressione multivariata, PREM è la variabile che fornisce le correzioni più importanti. Gli autori sostengono che l'effetto dimensionale viene assorbito da questa proxy e che l'instabilità di tale effetto deriva dalle variazioni delle condizioni economiche generali. A partire da questo contributo, le successive analisi tendono ad abbandonare l'ottica del CAPM, spostandosi verso modelli multifattoriali caratterizzati dalla logica di non arbitraggio formulata da Ross. Ciò consente di introdurre variabili che recepiscono dei fattori di rischio non considerati nella logica univariata del CAPM.

Bhandari (1988) evidenzia il legame positivo tra rendimenti azionari corretti per il rischio e *debt/equity ratio*⁸⁸ (D/E) e ipotizza l'esistenza di un premio per il rischio associato all'indicatore. Questo, infatti, può essere inteso come una proxy del rischio finanziario di un'impresa: maggiore è il valore associato all'indicatore, maggiore è la probabilità di fallimento a seguito di una struttura delle fonti di finanziamento non equilibrata. L'autore propone questo indicatore come variabile addizionale per spiegare i rendimenti azionari: poiché gli investitori sono avversi al rischio, a incrementi del rapporto *debt/equity* dovrebbero corrispondere incrementi nelle performance. I risultati mostrano che, dopo aver tenuto conto della dimensione del beta, i rendimenti attesi sono positivamente correlati al leverage finanziario.

Chan e Chen (1991) si pongono l'obiettivo di verificare se differenze nelle caratteristiche strutturali delle imprese possono causare reazioni diverse alle medesime notizie macroeconomiche o settoriali. I risultati ottenuti mostrano che tra i titoli di società caratterizzate da ridotta capitalizzazione sono presenti sia imprese marginali, ovvero caratterizzate da modesta redditività dell'attività caratteristica, sia molte imprese con elevati livelli di leverage finanziario, variabile

⁸⁸ È la medesima logica del modello strutturale proposto da Merton (1974).

già esaminata da Bhandari. Questo riscontro empirico fornisce agli autori un'ipotesi interpretativa delle differenze in merito al rischio, al rendimento atteso e al rendimento effettivo riscontrabili tra le "small" e le "big". A causa della minor efficienza e del maggior rischio finanziario, alcune imprese tendono a rimanere di dimensione ridotta e a essere più rischiose di quelle grandi. Tale maggior aleatorietà non viene, tuttavia, coita dal legame, espresso dal Beta, rispetto all'andamento dell'indice di mercato. Questo indicatore assegna, infatti, coefficienti più elevati alle imprese di maggior dimensione in forza della loro maggiore influenza sul portafoglio di mercato⁸⁹. Chan e Chen affermano che la differenza nelle performance può essere spiegata dal maggior impatto, positivo e negativo, che nuove notizie esercitano sui prezzi di imprese poco efficienti o con elevati leverage. Gli autori evidenziano che l'introduzione di fattori di rischio associati agli elementi in precedenza considerati, come un indice sul calo dei dividendi o uno legato al leverage, genera una forte riduzione del potere esplicativo della proxy legata alla capitalizzazione; essi introducono in questo modo plausibili spiegazioni economiche in merito a un fenomeno che era stato evidenziato statisticamente ma non spiegato in termini economici.

Chan, Hamao e Lakonishok (1991) esaminano il comportamento dei rendimenti di titoli quotati in Giappone al fine di valutare se i fenomeni registrati negli Stati Uniti hanno luogo anche in altri mercati finanziari. In particolare, gli autori si pongono l'obiettivo di verificare l'esistenza di un legame tra le performance azionarie e l'andamento di quattro variabili: l'earning yield, la capitalizzazione, il *book to market* e il *cash flow yield*⁹⁰. Anche nel mercato nipponico i titoli di imprese caratterizzate da ridotta dimensione ottengono rendimenti corretti per il rischio più elevati di quelli legati a grandi società, ma tale differenza non è statisticamente significativa. Gli autori, pur ricordando che le relazioni sono state solo dimostrate statisticamente senza averne fornito il sottostante impianto teorico, ottengono risultati che mostrano una netta relazione soprattutto con il *book to market ratio* e il *cash flow yield*. La ricerca sottolinea l'importanza dei risultati ottenuti, poiché le due variabili caratterizzate da maggior significatività statistica godono di molta considerazione da parte degli analisti finanziari ma sono state abbastanza ignorate dalla letteratura accademica rispetto all'attenzione ricevuta dalla dimensione o dal price earning.

Fama e French (1992) analizzano i rendimenti ottenuti con politiche di portafoglio basate sulla variabile capitalizzazione, al fine di verificare l'attendibilità del beta a fornire indicazioni sulle possibili performance azionarie future e sul livello di rischio. I risultati mostrano una scarsa correlazione tra beta calcolati ex ante e le performance ex post poiché queste ultime si distribuiscono in modo incoerente rispetto a quanto previsto dal modello. In particolare, le performance appaiono negativamente correlate alla dimensione, confermando i risultati già ottenuti nelle precedenti verifiche empiriche. Gli autori testano diverse tipologie di re-

⁸⁹ Sul legame tra capitalizzazione e beta stimati si veda anche Chiesi (2006).
⁹⁰ Sul significato di questi indicatori si rimanda al capitolo 6.

gressioni multivariate i risultati delle quali sono esposti nella tavola 14. Il beta non appare in grado di spiegare i valori assunti dalla variabile dipendente; al contrario, più significativi appaiono la capitalizzazione, espressa in termini di logaritmo naturale, e il book to market ratio. Anche l'earning yield usato singolarmente appare molto rilevante ma perde di importanza se usato in combinazione con altre variabili. Notevoli sono anche i risultati ottenuti dai leverage, sia a valori di mercato, sia a valori contabili, ma di fatto questi indicatori rappresentano una diversa modalità espositiva del book to market ratio⁷¹. Viene in tal modo spiegata l'elevata significatività e i segni opposti associati ai due rapporti considerati nella regressione. La relazione tra E/P e rendimenti attesi sembra, inoltre, essere assorbita dalla combinazione del size e del book to market ratio. Proprio perché queste ultime variabili sono quelle caratterizzate da maggior significatività, gli autori hanno verificato i risultati ottenuti da politiche di investimento basate sui valori assunti da tali indicatori. I risultati mostrano che i rendimenti più elevati sono registrati dai portafogli con elevato book to market ratio e ridotta capitalizzazione.

Tavola 14 - Risultati di regressioni multivariate (variabile dipendente: rendimenti). Coefficienti e t-statistiche

Beta	Ln (ME)	Ln (BE/ME)	Ln (A/ME)	Ln (A/BE)	E/P(dummy)	E(+)/P
0,15 (0,46)	-0,15 (2,58)					
-0,37 (-1,21)	-0,17(-3,41)	0,5 (5,71)				
			0,5 (5,69)	-0,57 (-5,34)		
	-0,11 (-1,99)	0,35 (4,44)			0,57 (2,28)	4,72 (4,57)
	-0,11 (-2,06)		0,35 (4,42)	-0,5 (-4,56)		
	-0,16 (-3,08)				0,06 (0,38)	2,99 (3,04)
	-0,13 (-2,47)	0,33 (4,46)			-0,14 (-0,9)	0,87 (1,23)
	-0,13 (-2,47)		0,32 (4,28)	-0,46 (-4,45)	-0,08 (-0,56)	1,15 (1,57)

Fonte: Fama, French (1992).

Gli autori per interpretare i risultati ottenuti fanno riferimento a quanto evidenziato da Chan e Chen in merito all'esistenza di un legame tra la dimensione e i rendimenti attesi sulla base delle prospettive: le aspettative di utili nelle imprese marginali, o in quelle caratterizzate da un elevato leverage finanziario, sono molto più sensibili alle variazioni delle condizioni macroe-

⁷¹ Infatti, tenendo conto dei segni ottenuti con le regressioni si ottiene:
 $Ln(A/ME) - Ln(A/BE) = Ln A - Ln ME - Ln A + Ln BE$
 Da cui si ottiene:

$$Ln(A/ME) - Ln(A/BE) = Ln BE - Ln ME$$

E, infine:

$$Ln(A/ME) - Ln(A/BE) = Ln(BE/ME)$$

conomiche o settoriali rispetto alle imprese efficienti. Infine, gli autori sostengono che se i mercati sono razionali, il BE/ME dovrebbe essere un diretto indicatore delle prospettive dell'impresa: quelle caratterizzate da un ridotto valore dell'indicatore incorporano già forti aspettative e quindi è probabile che nel futuro non si verificheranno significativi incrementi dei prezzi. Se invece i mercati sono irrazionali, e quindi un rapporto di limitata entità deriva da eccessive aspettative di crescita future dei dividendi, quell'indicatore può essere molto utile per evitare le azioni che il mercato ha precedentemente premiato e per scegliere quelle che sono state sottovalutate dallo stesso a causa di recenti notizie negative.

Fama e French (1993) propongono un modello regressivo multivariato per spiegare congiuntamente i rendimenti delle azioni e delle obbligazioni. In particolare, due fattori di rischio sono legati all'ambito obbligazionario e tre a quello azionario. L'approccio adottato dagli autori in questa ricerca è quello utilizzato da Black, Jensen e Scholes (1972) ove le performance oggetto di analisi sono regredite rispetto a quelle ottenute da un portafoglio contenente titoli caratterizzati da elevati valori delle variabili ritenute significative. I risultati ottenuti con questa metodologia hanno un significato di maggiore o minore sensibilità al fattore di rischio, e mostrano che i rendimenti di portafogli costruiti sulla base della capitalizzazione e del book to market sono in grado di spiegare le differenze riscontrate nei rendimenti ottenuti simulando politiche di investimento focalizzate su certe tipologie di titoli, tuttavia devono essere integrate dal rischio di mercato che contribuisce in maniera decisiva a differenziare i risultati azionari da quelli obbligazionari. I risultati mostrano che la regressione con cinque variabili, ovvero tenendo conto dei due fattori di rischio legati ai titoli obbligazionari, non aggiunge un'evidente maggiore capacità esplicativa rispetto a quella con tre utilizzata per spiegare i rendimenti azionari; a conferma di questo risultato nelle successive pubblicazioni il modello assume la propria conformazione definitiva senza i fattori di rischio legati ai titoli di debito.

Nonostante la capacità di spiegare i rendimenti azionari, le variabili esplicative utilizzate nella regressione possono essere intese come proxy che hanno un andamento collegato a fattori di rischio comuni a tutti i titoli. A supporto di questa interpretazione, Fama e French (1995) dimostrano che le imprese caratterizzate da elevati book to market ratio tendono ad avere minori utili derivanti dall'attività caratteristica rispetto a quelle con elevati valori associati a quella variabile.

Tale situazione è inoltre abbastanza persistente poiché viene riscontrata sia nei cinque anni precedenti, sia nei cinque successivi rispetto al calcolo del rapporto. Anche la capitalizzazione di mercato pare essere inversamente collegata alla capacità di creare profitti. Queste conclusioni vengono tratte soprattutto dai primi anni Ottanta durante i quali, dopo la recessione del 1981, si sono registrate cadute notevoli nei profitti delle piccole imprese rispetto alle diminuzioni registrate dalle grandi. Le small sembrano maggiormente subire l'effetto della crisi ed è quindi probabile che la variabile size sia una proxy per questa sottostan-

te minor capacità di reagire alle avversità create da una situazione economica generale non positiva.

Per costruire la variabile indipendente legata alla capitalizzazione, gli autori dividono l'intero paniere di azioni quotate nel NYSE, nell'AMEX e nel Nasdaq in due gruppi: le big e le small. Un'analoga procedura viene utilizzata per tenere conto del book to market, suddividendo l'intero paniere in tre gruppi: il primo, detto low, è composto dalle azioni i cui emittenti sono caratterizzati da un ridotto valore del rapporto sopra menzionato e corrisponde al primo 30% del totale, il secondo chiamato medium raggruppa il successivo 40% e il terzo, detto high comprende l'ultimo 30%. Sulla base dell'intersezione dei gruppi sopra evidenziati sono costruiti sei portafogli: Small-Low (SL), Small-Medium (SM), Small-High (SH), Big-Low (BL), Big-Medium (BM) e Big-High (BH). Il primo paniere, ad esempio, contiene le società che presentano ridotti valori associati sia al book to market sia alla dimensione. Per ogni portafoglio sono stati calcolati i rendimenti mensili, attribuendo ai singoli titoli una ponderazione funzione della capitalizzazione di mercato. Sulla base di questi portafogli sono create le variabili indipendenti SMB e HML. La prima di queste, acronimo di Small Minus Big, rappresenta il fattore di rischio legato alla dimensione ed è calcolata come differenza tra la media aritmetica dei rendimenti registrati dai tre portafogli Small e quella dei tre Big:

$$SMB(t) = \frac{SH(t) + SM(t) + SL(t)}{3} - \frac{BH(t) + BM(t) + BL(t)}{3}$$

HML è costruita in modo analogo alla precedente ed è calcolata come differenza tra la media semplice dei portafogli High e di quella dei due portafogli Low:

$$HML(t) = \frac{SH(t) + BH(t)}{2} - \frac{SL(t) + BL(t)}{2}$$

Infine la terza variabile utilizzata nelle regressioni è il rendimento del portafoglio di mercato al netto del tasso privo di rischio: $R_m - R_f$, come nell'originale di Sharpe. Le tre variabili indipendenti sono utilizzate per effettuare una regressione multivariata sui rendimenti di venticinque portafogli al netto del tasso privo di rischio ottenuti incrociando diversi livelli di book to market e capitalizzazione. La tavola 15 mostra i risultati ottenuti con la regressione della sola variabile $R_m - R_f$. Il beta è rappresentato con il simbolo β , mentre l'intercetta è rappresentata dal coefficiente α . Leggendo la tavola 15 in senso verticale, le intercette mostrano la presenza dell'effetto capitalizzazione già individuato da Banz: a esclusione della prima colonna, i rendimenti effettivi sono più elevati di quelli stimati attraverso la formulazione originaria del CAPM. È possibile rilevare un analogo fenomeno associato al book to market: le intercette aumentano leggendo la tavola in senso orizzontale, ovvero al crescere del book to market.

Tavola 15 - Risultati della regressione di $R_m - R_f$ rispetto ai sovrarendimenti rispetto al tasso privo di rischio di 25 portafogli (1963-1981)

α	Low	2	3	4	High
Small	-0,22 (-0,90)	0,15 (0,73)	0,30 (1,54)	0,42 (2,19)	0,54 (2,53)
2	-0,18 (-1,00)	0,17 (1,05)	0,36 (2,35)	0,39 (2,79)	0,53 (3,01)
3	-0,16 (-1,12)	0,15 (1,25)	0,23 (1,82)	0,39 (3,20)	0,50 (3,19)
4	-0,05 (-0,50)	-0,14 (-1,50)	0,12 (1,20)	0,35 (2,91)	0,57 (3,71)
Big	-0,04 (-0,49)	-0,07 (-0,95)	-0,07 (-0,70)	0,20 (1,89)	0,21 (1,41)
β	Low	2	3	4	High
Small	1,40 (26,33)	1,26 (28,12)	1,14 (27,01)	1,06 (25,03)	1,08 (23,01)
2	1,42 (35,76)	1,25 (35,56)	1,12 (33,12)	1,02 (33,14)	1,13 (29,04)
3	1,36 (42,98)	1,15 (42,52)	1,04 (37,50)	0,96 (35,81)	1,08 (31,15)
4	1,24 (51,67)	1,14 (55,72)	1,03 (46,96)	0,98 (37,00)	1,10 (32,75)
Big	1,03 (51,92)	0,99 (61,59)	0,89 (43,03)	0,84 (35,96)	0,89 (27,75)

Fonte: Fama, French (1993).

Tavola 16 - Risultati della regressione di SMB, HML e $R_m - R_f$ rispetto ai sovrarendimenti mensili rispetto al tasso privo di rischio di 25 portafogli (1963-1981)

α	Low	2	3	4	High
Small	-0,34 (-3,16)	-0,12 (-1,47)	-0,05 (-0,73)	0,01 (0,22)	0,00 (0,14)
2	-0,11 (-1,24)	-0,01 (-0,20)	0,08 (1,04)	0,03 (0,51)	0,02 (0,34)
3	-0,11 (-1,42)	0,04 (0,47)	-0,04 (-0,47)	0,05 (0,71)	0,05 (0,56)
4	0,09 (1,07)	-0,22 (-2,65)	-0,08 (-0,99)	0,03 (0,33)	0,13 (1,24)
Big	0,21 (3,27)	-0,05 (-0,67)	-0,13 (-1,46)	-0,05 (-0,69)	-0,16 (-1,41)
β	Low	2	3	4	High
Small	1,04 (39,37)	1,02 (51,80)	0,96 (60,44)	0,91 (59,73)	0,96 (57,89)
2	1,11 (52,49)	1,06 (61,18)	1,00 (55,88)	0,97 (61,54)	1,09 (65,52)
3	1,12 (56,88)	1,02 (53,17)	0,98 (50,78)	0,97 (54,38)	1,09 (52,52)
4	1,07 (53,94)	1,08 (53,51)	1,04 (51,21)	1,05 (47,09)	1,18 (46,10)
Big	0,96 (60,93)	1,02 (56,76)	0,98 (46,57)	0,99 (53,87)	1,06 (38,61)
S	Low	2	3	4	High
Small	1,46 (37,92)	1,26 (44,11)	1,19 (52,03)	1,17 (52,85)	1,23 (50,97)
2	1,00 (32,73)	0,98 (38,79)	0,88 (34,03)	0,73 (31,66)	0,89 (36,78)
3	0,76 (26,40)	0,65 (23,39)	0,60 (21,23)	0,48 (18,62)	0,66 (21,91)
4	0,37 (12,73)	0,33 (11,11)	0,29 (9,81)	0,24 (7,38)	0,41 (11,01)
Big	-0,17 (-7,18)	-0,12 (-4,51)	-0,23 (-7,58)	-0,17 (-6,27)	-0,05 (-1,18)
h	Low	2	3	4	High
Small	-0,29 (-6,47)	0,08 (2,35)	0,26 (9,66)	0,40 (15,53)	0,62 (22,24)
2	-0,52 (-14,57)	0,01 (0,41)	0,26 (8,56)	0,46 (17,24)	0,70 (24,80)
3	-0,38 (-11,26)	-0,00 (-0,05)	0,32 (9,75)	0,51 (16,88)	0,68 (19,39)
4	-0,42 (-12,51)	0,04 (1,04)	0,30 (8,83)	0,56 (14,84)	0,74 (17,09)
Big	-0,46 (-17,03)	0,00 (0,09)	0,21 (5,80)	0,57 (18,34)	0,76 (16,24)

Fonte: Fama, French (1993).

La tavola 16 riporta i risultati ottenuti utilizzando SMB, HML e $R_m - R_f$. Le t-statistiche associate ai beta sono superiori a trentotto, mentre quelle relative al coefficiente legato alla variabile SMB sono maggiori di quattro; elevati livelli di significatività si riscontrano anche per la variabile HML. Leggendo la tavola verticalmente, ovvero all'interno dello stesso quintile di book to market, il fattore di sensibilità legato alla capitalizzazione diminuisce monotonicamente. Anche le pendenze associate al coefficiente HML si comportano in modo coerente rispetto alle premesse teoriche, leggendo la tavola in senso orizzontale, ovvero all'interno di ogni quintile di capitalizzazione, il valore del coefficiente h aumenta. La tavola 16 mostra, infine, una relativa uniformità dei beta, che si presentano intorno al valore uno e statisticamente assai significativi. In altri termini, la variabile $R_m - R_f$ consente di interpretare la distanza dei rendimenti azionari da quelli obbligazionari, ma non le differenze registrate tra i vari portafogli azionari, fenomeno meglio interpretato da SMB e HML.

Bibliografia

- BANZ R. (1981), "The Relationship Between Return and Market Value of Common Stocks", in *Journal of Finance*, n. 9.
- BASU S. (1977), "Investment Performance of Common Stocks in Relation to Their Price-Earnings Ratios: A Test of the Efficient Market Hypothesis", in *The Journal of Finance*.
- (1983), "The Relationship Between Earnings Yield, Market Value, and Returns for NYSE Common Stocks: Further Evidence", in *Journal of Financial Economics*, n. 12.
- BHANDARI L.C. (1988), "Debt/Equity Ratio and Expected Common Stock Returns: Empirical Evidence", in *Journal of Finance*, n. 43.
- BLACK F. (1972), "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing", in *Journal of Business*, n. 45.
- BLACK F., JENSEN M.C., SCHOLES M.S. (1972), "The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests", in JENSEN M. (ed.), *Studies in The Theory of Capital Markets*, Praeger, New York.
- BLUME, M. (1971), "On the Assessment of Risk", in *Journal of Finance*, VI, 1.
- BREALEY R., MYERS S.C. (1994), *Principi di finanza aziendale*, McGraw-Hill, Milano.
- (1999), *Principles of Corporate Finance*, McGraw-Hill, New York.
- BREALEY R.A., MYERS S.C., SANDRI S. (2003), *Principi di finanza aziendale*, 4^a ed., McGraw Hill, Milano.
- BROWN P., KLEIDON A.W., MARSH T.A. (1983), "New Evidence on the Nature of Size-Related Anomalies in Stock Prices", in *Journal of Financial Economics*.
- CAPARRELLI F. (1995), *Il mercato azionario*, McGraw-Hill, Milano.
- (1998), *Economia dei mercati finanziari. Il mercato azionario*, McGraw-Hill, Milano.
- (2004), *Economia del mercato mobiliare*, McGraw-Hill, Milano.
- CAPIZZI V. (1998), *La determinazione del tasso di rendimento delle attività rischiose: l'Equity Approach*, working paper, SDA Bocconi, Milano.
- (2000), "Gli intermediari e la finanza straordinaria: le operazioni di M&A", in FORESTIERI G. (a cura di), *Corporate & Investment Banking*, Egea, Milano.
- CASELLI S. (2000), "Lo sviluppo del corporate e investment banking in Italia: i profili strategici e organizzativi", in FORESTIERI G., (a cura di), *Corporate & Investment Banking*, Egea, Milano.
- CATTANEO M. (a cura di) (1999), *Manuale di finanza aziendale*, Il Mulino, Bologna.
- CHAN K.C., CHEN N.F. (1991), "Structural and Return Characteristics of Small and Large Firms", in *The Journal of Finance*.
- CHAN K.C., CHEN N., HSIEH D.A. (1985), "An Explanatory Investigation of the Firm Size Effect", in *Journal of Financial Economics*, n. 14.
- CHAN K.C., HAMAO Y., LAKONISHOK J. (1991), "Fundamentals and Stock Returns in Japan", in *The Journal of Finance*.

- CHEN N. (1983), "Some Empirical Tests of the Theory of Arbitrage Pricing", in *Journal of Finance*, n. 38.
- CHEN N., ROLL R., ROSS S.A. (1986), "Economic Forces and the Stock Market", in *Journal of Business*, n. 59.
- CHIESI G.M. (2006), "Introduzione al rischio", in PAVARANI E., TAGLIAVINI G. (a cura di), *Pianificazione finanziaria. La gestione della solvibilità e del valore*, McGraw-Hill, Milano, pp. 249-299.
- (2006), *Unione Monetaria Europea, CAPM e costo del capitale di rischio delle banche italiane: profili metodologici e verifiche empiriche*, Collana dei Working Papers del Dipartimento di Economia, Università degli Studi di Parma.
- COPELAND T.E., KOELLER T., MURRIN J. (1997), *Valuation*, John Wiley & Sons, New York.
- COPELAND T.E., WESTON J.F. (1994), *Teoria della finanza e politiche di impresa*, Addison Wesley, Egea, Milano.
- DALLOCCIO M. (1996), *Finanza d'azienda*, Egea, Milano.
- DAMODARAN A. (1996), *Manuale di valutazione finanziaria*, McGraw-Hill, Milano.
- (1997), *Corporate Finance: Theory and Practice*, John Wiley & Sons, New York.
- (1999), *Estimating Risk Parameters*, working paper, Stern School of Business, New York.
- ELTON E.J., GRUBER M.J. (1995), *Modern Portfolio Theory & Investment Analysis*, John Wiley & Sons, New York.
- ELTON E.J., GRUBER M.J., MEI J. (1994), "Cost of Capital Using Arbitrage Pricing Theory: A Case Study of Nine New York Utilities", in *Journal of Financial Markets, Institutions & Instruments*, n. 3.
- FABOZZI F. (ed.) (2001), *The Handbook of Fixed Income Securities*, McGraw Hill, New York.
- FABOZZI F.J., MODIGLIANI F. (1996), *Capital Markets. Institutions and Instruments*, Prentice Hall International, Upper Saddle River.
- FABRIZI P.L. (a cura di) (2006), *L'economia del mercato mobiliare*, Egea, Milano.
- FAMA E. (1976), *Foundations of Finance*, Basic Books, New York.
- FAMA E., FRENCH K. (1989), "Business Conditions and the Expected Returns on Bonds and Stocks", in *Journal of Financial Economics*, n. 25.
- (1992), "The Cross Section of Expected Stock Returns", in *Journal of Finance*, n. 25, June.
- (1993), "Common Risk Factors in the Return on Stocks and Bonds", in *Journal of Financial Economics*, n. 17.
- (1993), "Common Risk Factors in the returns on Bonds and Stocks", in *Journal of Financial Economics*, n. 33.
- (1996), "Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies", in *Journal of Finance*, n. 51.
- (1995), "Size and Book to Market Factors in Earnings and Returns", in *Journal of Finance*, vol. 50.
- (1997), "Industry Costs of Equity", in *Journal of Financial Economics*, n. 43.

- FAMA E., MACBETH J. (1973), "Risk, Return, and equilibrium: Empirical Test", in *Journal of Political Economy*, n. 38.
- FANNI M. (2000), *Manuale di finanza dell'impresa*, Giuffrè Editore, Milano.
- FLOREANI A. (1999), "Altri modelli di formazione del prezzo delle attività finanziarie", in CATTANEO M., (a cura di), *Manuale di finanza aziendale*, Il Mulino, Bologna.
- FORESTIERI G. (a cura di) (2000), *Corporate & Investment Banking*, Egea, Milano.
- FORESTIERI G., MOTTURA P. (1998), *Il sistema finanziario*, Egea, Milano.
- FULLER R.J., FARRELL J.L. JR (1993), *Analisi degli investimenti finanziari*, McGraw-Hill, Milano.
- GATTI S. (1998), "L'offerta di servizi di corporate finance per le imprese di piccola e media dimensione in Italia: struttura, prodotti, concorrenza ed evidenze empiriche", in MEDIOCREDITO CENTRALE, *Gli intermediari finanziari di fronte allo sviluppo del corporate finance*, Quaderni di politica industriale, n. 23.
- GORDON M. (1959), "Dividends, Earnings and Stock Prices", in *Review of Economics of Statistics*, n. 41.
- GORDON M., SHAPIRO E. (1956), "Capital Equipment Analysis: the Required Rate of Profit", in *Management Sciences*.
- GUATRI L. (1998), *Trattato sulla valutazione delle aziende*, Egea, Milano.
- HAUGEN R.A. (1997), *Modern Investment Theory*, Prentice Hall International, Upper Saddle River.
- HUANG C., LITZENBERGER R.H. (1988), *Foundations for Financial Economics*, North-Holland, New York.
- IBBOTSON ASSOCIATES, *Yearbook*, anni vari.
- INGERSOLL J.E., ROSS S.A. (1984), "Some Results in the Theory of Arbitrage Pricing", in *Journal of Finance*, n. 39.
- JENSEN M. (ed.) (1972), *Studies in The Theory of Capital Markets*, Praeger, New York.
- KPMG, *Rapporto Mergers & Acquisitions*, anni vari.
- LIAW K.T. (1999), *The Business of Investment Banking*, John Wiley & Sons, New York.
- LINTNER J. (1965), "Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification", in *Journal of Finance*, December.
- LO A., MACKINLEY C. (1988), "Stock Market Prices Do not Follow Random Walks: Evidence From a Simple Specification Test", in *Review of Financial Studies*, n. 1.
- MARKOWITZ H.M. (1952), "Portfolio Selection", in *Journal of Finance*, 7 (1), pp. 77-91.
- (1959), *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, John Wiley & Sons, New York.
- MASSARI M. (1998), *Finanza aziendale: valutazione*, McGraw Hill libri Italia, Milano.
- MAZZOTTI E., MONETA A. (2000), *Investment banking, merchant banking e asset management*, Franco Angeli, Milano.
- MERTON R. (1972), "An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier", in *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, VII, n. 4, September.

- (1973), "An Intertemporal Capital Asset Pricing Model", in *Econometrica*, n. 41.
- (1974), "On the Pricing of Corporate Debt: the Risk Structure of Interest Rates", in *Journal of Finance*, n. 2.
- MODIGLIANI F., MILLER M.H. (1958), "The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment", in *American Economic Review*, n. 48.
- MORGAN STANLEY CAPITAL INTERNATIONAL (1998), *Methodology & Index Policy*, March.
- POMANTE U. (2006), "La teoria della selezione di portafoglio di Markowitz", in FABRIZI P.L. (a cura di), *L'economia del mercato mobiliare*, 3^a ed., Egea, Milano.
- REINGANUM M. (1981), "The Arbitrage Pricing Theory: Some Empirical Results", in *Journal of Finance*, n. 36.
- ROLL R., ROSS S.A. (1980), "An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory", in *Journal of Finance*, n. 35.
- RONCHINI B. (2006), "I titoli di Stato italiani (government bond)", in MUNARI L. (a cura di), *Strumenti finanziari e creditizi. Dai bisogni alle soluzioni*, McGraw-Hill, Milano.
- ROSENBERG B., GUY J. (1976), "Prediction of β from Investment Fundamentals", in *Financial Analyst Journal*, n. 3.
- (1976), "Prediction of β from Investment Fundamentals: Part II", in *Financial Analyst Journal*, n. 4.
- ROSENBERG B., MARATHE V. (1979), "Tests of Capital Asset Pricing Hypotheses", in *Research in Finance*, n. 1.
- ROSS S.A. (1976), "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing", in *Journal of Economic Theory*, n. 13, December.
- ROSS S.A., WESTERFIELD R.W., JAFFE J.F. (1996), *Finanza aziendale*, Il Mulino, Bologna.
- RUBINSTEIN M.E. (1973), "A Mean-Variance Synthesis of Corporate Financial Theory", in *The Journal of Finance*.
- SAITA F. (2003), "L'arbitrage pricing theory", in FABRIZI P.L. (a cura di), *L'economia del mercato mobiliare*, Egea, Milano.
- SAMPAGNARO G. (2005), "Il modello di selezione di portafoglio di Markowitz: affinità teorici e operativi", in SAMPAGNARO G., *Asset Management: tecniche e stili di gestione del portafoglio*, Franco Angeli, Milano.
- SHARPE W. (1963), "A simplified Model of Portfolio Analysis", in *Management Science*.
- (1964), "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk", in *Journal of Finance*, XIX, December.
- STOLL H.R., WHALLEY R.H. (1983), "Transaction Cost and the Small Firm Effect", in *Journal of Financial Economics*.
- TOBIN J. (1958), "Liquidity Preference as Behavior Toward Risk", in *Review of Economic Studies*.
- TRIGEORGIS L. (1997), *Real Options*, The MIT Press, Cambridge, MA.
- VASICEK O. (1973), "A Note on Using Cross Sectional Information in Bayesian Estimation of Security Betas", in *Journal of Finance*, VIII, 5.

2. La dinamica dei prezzi di borsa

Beatrice Ronchini, Giulio Tagliavini*

Premessa

A partire dalla creazione dei mercati finanziari, gli studiosi si sono ripetutamente sforzati di fornirne una rappresentazione teorica convincente. Il presente capitolo affronta tre tematiche logicamente distinte ma tra loro legate che hanno proprio a che fare con il tentativo di spiegare il comportamento dei mercati di borsa e la dinamica dei prezzi che in essi si formano.

Nella prima parte viene descritta la teoria dei mercati efficienti, concepita da Fama tra gli anni Sessanta e Settanta, e se ne discute la fondatezza. Essa rappresenta un buon punto di partenza nello studio del comportamento dei mercati finanziari, riuscendo a spiegare una parte dei fenomeni che vi si verificano. Secondo questa teoria, i corsi borsistici riflettono interamente l'informazione disponibile sulle imprese e sull'economia nel suo complesso e sono dunque la migliore stima del valore di un titolo. I prezzi e le loro fluttuazioni tendono a seguire un cammino casuale nel corso del tempo perché reagiscono alle nuove informazioni via via che esse giungono al mercato, e queste, appunto, vi arrivano senza un ordine preconstituito e sono dunque imprevedibili per definizione. Le "Ipotesi di Efficienza di Mercato" si occupano essenzialmente della performance dei mercati finanziari (prezzi, volumi, dividendi, risultati), trascurando tuttavia di considerare la natura umana degli agenti economici che sui mercati si muovono, siano essi investitori, commercianti, gestori di portafoglio o altro ancora. Tali soggetti, nella teoria dell'efficienza, si ipotizza che sappiano formulare previsioni razionali e assumere le proprie decisioni, rispetto a eventi futuri e incerti, rispettando i postulati della teoria dell'utilità attesa.

A partire dalla seconda metà degli anni Settanta, tuttavia, l'emergere di alcune evidenze empiriche contrarie alle prescrizioni della finanza ortodossa ha lentamente scalfito l'egemonia della teoria dei mercati efficienti, lasciando spazio per l'affermarsi di un nuovo promettente filone di ricerca nello studio dei mercati finanziari: la *Behavioral Finance*. Essa è spiegata nella seconda parte del capitolo. I ricercatori di finanza comportamentale, supportati da un'ampia evidenza sperimentale, partono dal presupposto che gli individui possano compor-

* In particolare Beatrice Ronchini ha elaborato i paragrafi 2.1 e 2.2 e relativi sottoparagrafi e Giulio Tagliavini il paragrafo 2.3 e relativi sottoparagrafi.